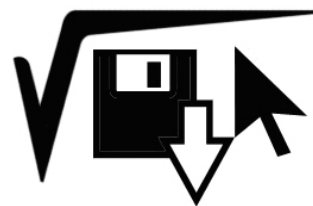


МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Председатель:

проф. Ягола Анатолий Григорьевич

проф. Быков Алексей Александрович



INTELLIGENT SIMULATOR TRAINING SYSTEM BASED ON LOGICAL AND DYNAMICAL MODEL AND KNOWLEDGE BASE ON CONSTRUCTION, TECHNOLOGY AND OPERATION UNITS WITH VVER REACTOR

Abdulraheem K.K, Zaher.L,

National Research Nuclear University «MEPHI», Moscow, Russia

E-mail: kamalabdulraheem@gmail.com, laidani.zahir@gmail.com

The training of nuclear workers is a difficult task and a long term project to execute. Furthermore, Nuclear power plant is a complex dynamic system that requires high safety and precautionary measures to avoid an accident. In view of this, it cannot be used for the training of nuclear power plant operators and students. Consequently, nuclear power plant simulators have been developed for the purposes of training, research and education [1, 3, 4,].

However, shortage of nuclear professionals in the nuclear industry and instructors for nuclear education is a major concern [2]. Therefore the fusion of intelligent training system with nuclear power plant simulator ensures that nuclear educational instructions are delivered to students without a human instructor. This improves the training of students and operators and enhances the capability of simulators. The realization of this system which is an application of artificial intelligence has been a subject of research interest in recent time [5].

In this paper, an intelligent tutor system based on logical and dynamical model and knowledge base according to construction, technology, and operation of VVER Reactor for the education of students is presented. The domain expert is modelled base on the nuclear power plant simulator of Automation Department of Moscow Engineering Physics Institute. Furthermore, the Inference Engine is developed using MATLAB symbolic programming language. The system is composed of simulation of various scenarios such as malfunctions, normal operation, transients, and accident scenarios.

The procedures for the realization of the system using the rule-based approach for the inference engine, the architectural design of the system for practical applications is presented.

Literature

1. Lee, Mal-rey. "Expert system for nuclear power plant accident diagnosis using a fuzzy inference method." *Expert Systems* 19.4 (2002): 201–207.
2. Mayadevi, N., S. S. Vinodchandra, and S. Ushakumari. "A Review on Expert System Applications in Power Plants." *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)* 4.1 (2014): 116–126.
3. Naser, Joseph A. "Expert systems applications for the electric power industry." (1991).
4. Qudrat-Ullah, Hassan. "QES-Shell: An Expert System for Nuclear Power Plant Operator's Training." *Intelligent Systems, Modelling and Simulation (ISMS), 2012 Third International Conference on.* IEEE, 2012.
5. Tavira-Mondragón, José, et al. "A Standalone System to Train and Evaluate Operators of Power Plants." *Intelligent Automation and Systems Engineering*. Springer, New York, NY, 2011. 107–119.

ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ К ПРИМЕНЕНИЮ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ РЕШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

Аргун Р. Л.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: argun.rl14@physics.msu.ru

В работе рассматривается один из возможных подходов к применению методов асимптотического анализа [1] для эффективного численного решения класса коэффициентных обратных задач для нелинейных сингулярно возмущенных параболических уравнений с нелинейностью кубического типа с известной информацией о зависимости положения движущегося фронта (внутреннего слоя) от времени. Задачи такого рода возникают в газодинамических, химических, биофизических и других практических приложениях. В математической постановке соответствующих прямых задач имеется малый параметр при старшей производной, в связи с чем решения таких задач содержат узкие пограничные и/или внутренние слои (стационарные или движущиеся фронты) и чрезвычайно сложны для численного решения.

Некоторые подходы к решению обратных задач для уравнений такого типа уже предложены в работах [2,3]. В данной работе рассматривается подход к решению таких задач, при решении которых необходимо определить некоторые параметры наблюдаемых физических процессов, а в качестве дополнительной информации используются данные о положении движущегося фронта, который мы можем часто наблюдать в эксперименте (например, положение фронта ударной волны, фронта реакции или пламени и т.д.). Данный подход основан на возможности использования асимптотического анализа для существенного упрощения исходной постановки обратной задачи. На серии численных экспериментов показано, что предложенный подход позволяет не только существенным образом упростить процедуру численного решения обратной задачи, но и сводит исходную постановку, являющуюся некорректно поставленной, к корректно поставленной обратной задаче.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00865 А.

Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. школа, 1990.
2. Lukyanenko D. V., Shishlenin M. A., Volkov V. T. Solving of the coefficient inverse problems for a nonlinear singularly perturbed reaction-diffusion-advection equation with the final time data // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2018, Vol. 54, P. 233–247.
3. Lukyanenko D. V., Grigorev V. B., Volkov V. T., Shishlenin M. A. Solving of the coefficient inverse problem for a nonlinear singularly perturbed two-dimensional reaction-diffusion equation with the location of moving front data // Computers and Mathematics with Applications. 2019, Vol. 77, No. 5, P. 1245-1254.

АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДИНАМИКИ КОНЦЕНТРАЦИИ CO₂ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Безрукова А.В., Алешновский В.С.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: bezrukova.av16@physics.msu.ru

Глобальный цикл углекислого газа — важнейшая составляющая глобального углеродного цикла. Содержание CO₂ в атмосфере существенно менялось в прошлые эпохи.

Его изменения в исторический период обусловлены, в основном, антропогенной эмиссией. В связи с внедрением в климатические модели схем углеродного цикла (и, соответственно, с превращением этих моделей в модели земной системы) было введено понятие обратной связи между климатом и углеродным циклом.

Рассматриваются ряды динамики — расположенные в хронологической последовательности значения метеорологического показателя $f(t)$ (в данном случае концентрации CO_2) в точках $t_1, t_2, \dots, t_N$. Они позволяют наблюдать всю историю изменения интересующих нас величин, что дает возможность судить о «типичном» поведении этих величины и о всякого рода отклонениях.

При анализе данных важно исследовать структуру ряда динамики и его основные компоненты — тренд, цикличность, влияние шума и другие особенности, а также оценить возможность строить прогнозы изменения исследуемого параметра.

Сглаживание временных рядов проводилась методом скользящих средних, что описывается формулой:

$$s_i(t) = \frac{1}{2k+1} \sum_{j=-k}^k f_{i+j}(t)$$

Было произведено сглаживание и фильтрация изначального временного ряда для уменьшения случайных отклонений.

На графике представлена скользящая средняя $s_i(t)$ временного ряда (рис. 1)

Одним из часто используемых инструментов для анализа временных рядов является преобразование Фурье, которое эффективно для выявления цикличности (в данном случае с определенной точностью ряд можно считать стационарным в рассматриваемой области). После выполнения преобразования получим следующий спектр (рис. 2):

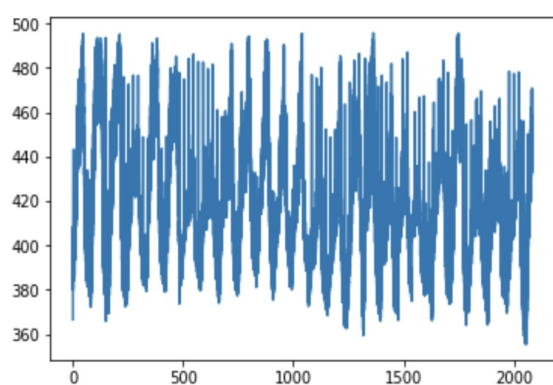


Рис. 1

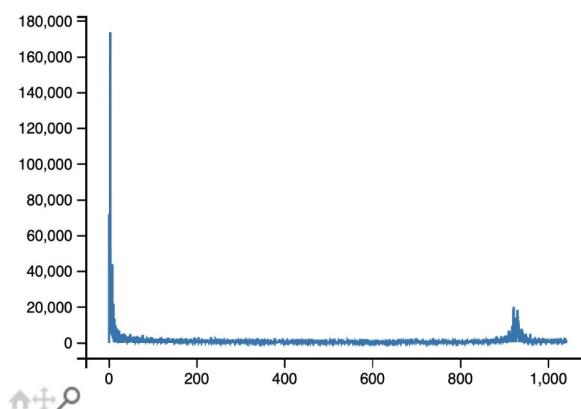


Рис. 2

В результате выявлены компоненты исходного временного ряда, такие как тренд и циклы, с периодом более года. Проведено сравнение с результатами, полученными различными методами, а также с результатами других экспериментов.

Литература

1. Газарян В.А., Курбатова Ю.А., Овсянников Т.А., Шапкина Н.Е. // ВМУ.Серия 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 2015. № 5. Современные климатические изменения на юго-западе Валдайской возвышенности: статистический анализ многолетней динамики температуры воздуха, 2015, Москва.
2. Кричевский М.Л. Временные ряды в менеджменте, 2016 Москва.
3. Kurbatova J., Tatarinov F., Molchanov A. et al. // Environ. Res. Lett. 2013. № 8.045028.
4. Вуколов Э.А. Основы статистического анализа. М.: Форум. 2008. - 464 с.
5. Sallie Baliunas , Peter Frick , Dmitry Sokoloff, Willie Soon// Time scales and trends in the Central England Temperature data (1659-1990): A wavelet analysis. Geophysical Research Letters, Vol. 24, No.11, P. 1351–1354, June 1, 1997.

ДИФРАКЦИЯ И ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Бекиров А.Р.

Филиал МГУ, Севастополь, Россия

В работе рассматривается возможность вычисления рассеянного поля электромагнитной волны через дифракционный интеграл по поверхности диэлектрика, на примере сферы.

Проводится аппроксимация поля плоскими волнами в каждой точке пространства.

Рассматривается аналитическое продолжение поля внутрь сферы и возможность вычисления поля через особенности поля внутри сферы, а также рассматривается связь локализации поля с распределением локальных волновых векторов.

Литература

1. С. Солименко «Дифракция и волноводное распространение оптического излучения»
2. M.V. Berry Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation

УПРАВЛЕНИЕ ФИЛЬТРАЦИЕЙ ГАЗА ПРИ РАЗРАБОТКЕ ГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ СКВАЖИН

Божко Д.В.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

Рассмотрим следующую модель газового месторождения. Будем считать, что газовое месторождение – плоская односвязная область D , граница которой является гладкой и непроницаемой для газа. Внутренняя область представляет собой однородную плоскую среду. В её точках $\overline{a_i}; i = (1, \dots, m)$ расположены скважины, через которые производится либо отбор газа, либо закачка другого газа той же плотности. Пусть $\overline{p(t, x, y)}$ – давление газа в момент времени t в точке с координатами (x, y) . Тогда уравнение фильтрации имеет вид:

$$\overline{\frac{\partial p}{\partial x}} = k \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) + \sum_{i=1}^m c_i(t) \delta_{a_i} \quad (1)$$

где k — коэффициент (проницаемости), который мы считаем постоянным, а $\overline{\delta_{a_i}} = \delta(x - a_i^x, y - a_i^y)$ — дельта-функция Дирака с особенностью в точке $a_i = (a_i^x, a_i^y)$. К уравнению (1) следует добавить граничное условие:

$$\overline{\left. \frac{\partial p}{\partial \vec{n}} \right|_{\partial D}} = 0 \quad (2)$$

означающее отсутствие протекания газа через границу $\overline{\partial D}$ области D . Здесь $\overline{c_i(t)}$ — интенсивность закачки или отбора газа, $\overline{\vec{n}}$ — внутренняя нормаль к границе $\overline{\partial D}$.

Пусть L — характерный размер области, а T — время разработки месторождения. Произведём замену переменных:

$$\overline{t \rightarrow \frac{t}{T}, x \rightarrow \frac{x}{L}}$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$\overline{\varepsilon \frac{\partial p}{\partial x} = \Delta p + \sum_{i=1}^m \tilde{c}_i(t) \delta_{a_i}} \quad (3)$$

где $\overline{\varepsilon = \frac{L^2}{kT}}$. Будем считать, что $\overline{\varepsilon} < 1$.

Решение задачи будем искать в виде асимптотического разложения по параметру ε :

$$\overline{p = p^0 + \varepsilon p^1 + \varepsilon^2 p^2 + \dots} \quad (4)$$

где $\overline{p^j}$ — функция от переменных t, x, y . Подставим (4) в (3) и приравнявая коэффициенты при различных степенях ε , найдём:

$$\overline{p_{xx} + p_{yy} = 0; p_t^0 = p_{xx}^1 + p_{yy}^1; \dots}$$

Таким образом, нулевое приближение $\overline{p^0}$ является решением задачи Неймана:

$$\overline{\begin{cases} \Delta p^0 = 0 \\ \left(\frac{\partial p^0}{\partial \vec{n}} \right)_{\partial D} = 0 \end{cases}}$$

Так как уравнение (1) инвариантно относительно конформных преобразований плоскости, то без ограничения общности можно считать, что область D является единичным кругом с центром в начале координат. Решение этой задачи существует при $\overline{\sum_{i=1}^m c_i(t) = 0}$ и имеет вид (см. [1]).

$$\overline{p^0(t, x, y) = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n c_i(t) \left[\ln|x - \bar{a}_j| + \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\ln|x - \eta|}{|\eta - \bar{a}_j|^2} (1 - (\eta, \bar{a}_j)) d\psi \right]}.$$

Следующий член разложения (4) найдём, решая задачу

$$\overline{p_{xx}^1 + p_{yy}^1 = p_t^0}.$$

при известной функции $\overline{p^0(t, x, y)}$.

Предложенный метод позволяет не применяя численных методов управлять разработкой газового месторождения при любом числе скважин. Контролируя закачку, можно добиться требуемого распределения фильтрационных потоков газа.

Литература

1. Ахметзянов А.В., Кушнер А.Г., Лычагин В.В. «Оптимальное управление разработкой нефтяных месторождений в модели Бакли-Лeverетта» (2018), Автомат. и телемех., 2018, выпуск 4, 75–91 с.
2. Басниев К.С. «Подземная гидромеханика», изд. Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, Москва, Ижевск, 2006, 488 с.
3. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. «Движение жидкостей и газов в природных пластах», изд. Недра, Москва, 1984 г., 211 с.
4. Канторович Л.В., Крылов В.И. «Приближенные методы высшего анализа», 5-е изд. М-Л.: Физматлит, 1962, 708 с.
5. Чарный И.А. «Подземная гидрогазодинамика», изд. Гостоптехиздат, Москва, 1963 г., 396 с.

ВЫБОР АРГУМЕНТА В ЗАДАЧАХ КОШИ С СИНГУЛЯРНОСТЯМИ

Вальяников О.В.

*МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия**E-mail: dragooj@yandex.ru*

Во многих задачах математической физики возникают решения с сингулярностями. В момент сингулярности решение или его производные обращаются в бесконечность. Примерами таких задач являются зажигание термоядерных мишеней, кумуляция, взрыв, некоторые модели нелинейной акустики и оптики и т.д.

При исследовании задач с сингулярностями требуется определить 1) тип сингулярности (например, степенной или логарифмический полюс) и ее порядок p , 2) момент возникновения сингулярности t_0 .

Традиционно исследование сингулярностей проводят аналитически, при этом для t_0 строят интервальные оценки. Это исключительно сложные процедуры, которые необходимо проводить для каждой задачи индивидуально. Существует ряд наполовину численных, наполовину аналитических методов. Они более просты в реализации, однако большинство таких методов также применимо лишь к узким классам задач. Первый полностью численный метод исследования сингулярностей в решении ОДУ был предложен в [1,2]. Этот метод достаточно универсален, однако он применим лишь в аргументе время.

Вблизи сингулярности решение быстро нарастает за короткий промежуток времени, такие задачи называют жесткими. Для жестких задач в качестве аргумента следует использовать не время t , а длину дуги интегральной кривой l . В данной работе проведены расчеты тестовых задач для ОДУ с сингулярностями, у которых известно точное решение. Эти расчеты показывают преимущества аргумента «длина дуги» в задачах с сингулярностями.

Рассмотрим следующую задачу Коши:

$$\frac{du}{dt} = f(u), \quad f(u) = u^2, \quad u(0) = u^0. \quad (1)$$

Для нее нетрудно построить точное решение

$$u = u^0 / (1 - tu^0). \quad (2)$$

Эта задача имеет полюс при $t = t_0 = 1/u^0$. Положим для простоты $u^0 = 1$. Это решение показано на рис. 1 пунктирной линией. Оно состоит из двух ветвей гиперболы при $t < t_0$ и при $t > t_0$ разделенных вертикальной асимптотой.

Мы провели расчет задачи (1) по схеме Розенброка в аргументах время t и длина дуги l . Напомним основные формулы. Пусть u и $\hat{u}$ – решения на предыдущем и на новом шаге соответственно. Один шаг по схеме Розенброка для задачи (1) в аргументе t выполняется по следующей формуле [3]:

$$\hat{u} = u + \tau\omega, \quad (1 - \tau f_u^2(u))\omega = \tau f(u), \quad (3)$$

где τ – величина шага по времени, f_u – матрица Якоби правых частей. В случае одного уравнения эта матрица превращается в скаляр; для уравнения (1), очевидно, $f_u(u) = 2u$. Численные решения задачи (1) в аргументе t на наборе последовательно сгущающихся сеток приведены на рис. 1. Шаг каждой из сеток постоянен, но при переходе от одной сетки к другой его величина уменьшается вдвое.

Опишем теперь переход к длине дуги [3]. Вычислим длину малого элемента dl по теореме Пифагора

$$dl^2 = dt^2 + du^2 = dt^2(1 + f^2(u)). \quad (4)$$

Тогда

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1+f^2(u)}}, \quad (5)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{f(u)}{\sqrt{1+f^2(u)}}. \quad (6)$$

Таким образом, мы вводим в рассмотрение новую неизвестную функцию $t=t(l)$. При этом сумма квадратов правых частей полученных уравнений (5) и (6) равна 1. Тем самым, каждая из этих правых частей заведомо не превосходит 1. Это существенно упрощает численный расчет. Схема Розенброка для задачи (5), (6) записывается аналогично (3). Численные решения задачи (1) в аргументе l на нескольких сгущающихся сетках приведены на рис. 2. Шаг по длине дуги на каждой сетке постоянен, но при переходе к следующей сетке уменьшается вдвое.

Сравним графики решения на рис. 1 и 2. В аргументе t виден переход решения с одной ветви гиперболы на другую вблизи момента t_0 . При переходе от сетки к сетке момент «перескока» с одной ветви на другую смещается. Поэтому при сгущении сеток сходимости фактически нет. Чтобы ее обеспечить, необходимо заканчивать расчет до момента сингулярности t_0 . Если этот момент заранее неизвестен, то такое требование трудноосуществимо.

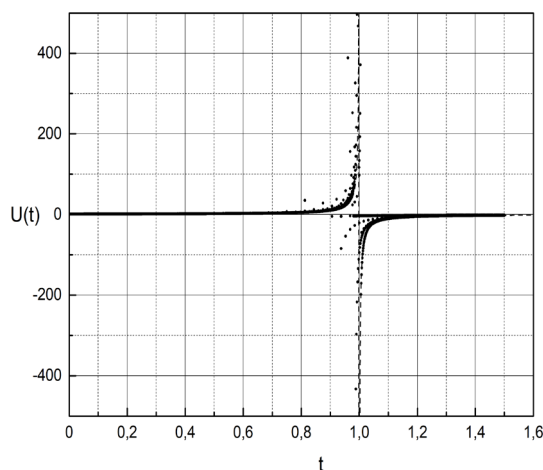


Рис.1. Решение задачи (1) в аргументе t . Штриховая линия – точное решение, пунктирная – численные решения на сгущающихся сетках.

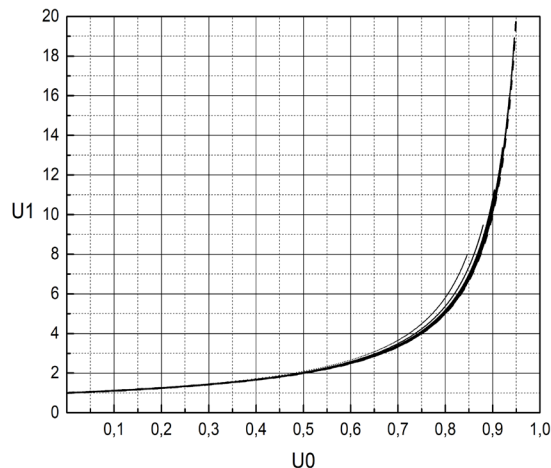


Рис.2. Решение задачи (1) в аргументе l . Обозначения соответствуют рис. 1.

При расчете в аргументе l решение всегда остается на первой ветви гиперболы и в принципе не может «перепрыгнуть» на вторую, так как точная сингулярность соответствует значению аргумента $l = \infty$. Поэтому при сгущении сеток наблюдается сходимость, и такой расчет гораздо более надежен.

Таким образом, проведенные расчеты убедительно показывают, что использование аргумента «длина дуги» в численном расчёте ОДУ с полюсами значительно удобнее и эффективнее, нежели использование аргумента «время».

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-01-00175.

Автор выражает благодарность научным руководителям А.А. Белову и Н.Н. Калиткину.

Литература

1. Альшина Е.А., Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Диагностика особенностей точного решения методом сгущения сеток // ДАН. 2005. Т. 404. № 3. С. 295-299.
2. Альшина Е.А., Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Диагностика особенностей точного решения при расчетах с контролем точности // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2005. Т. 45. № 10. С. 1837-1847
3. Калиткин Н.Н., Корякин П.В. Численные методы. Том 2. Методы математической физики. М.: Академия. 2013.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ АГРЕГАЦИИ КЛАССОВ ПРИ АДАПТИВНОМ ПОСТРОЕНИИ ИЕРАРХИЧЕСКОГО НЕЙРОСЕТЕВОГО КЛАССИФИКАТОРА

Гаджиев И.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
ismail.gadzhiev@yahoo.com

В работе проводится исследование работы иерархического нейронного классификатора. Данный алгоритм сочетает в себе свойства деревьев решений и нейронных сетей.

Потребность в построении иерархии классов возникает, когда данные некоторым образом сгруппированы, например, по расстоянию в исходном пространстве или в некотором другом пространстве, полученном нелинейным отображением исходного. Появляется возможность «вскрыть» эту структуру и таким образом уменьшить смещение предсказания. Одной из проблем является последующее увеличение разброса результатов. В общем случае для борьбы с этим можно использовать усреднение по совокупности моделей, обученных на выборках, полученных из исходной путём выбора с возвращением из , так называемый «бэггинг» [1],.

Проще всего для использования иерархии провести предварительную группировку данных, используя, например агломеративную кластеризацию. Однако желательным свойством алгоритма является построение иерархии в процессе обучения.

Алгоритм построения иерархического нейросетевого классификатора описан в статье [2]. Его можно представить как дерево решений, в каждом узле которого находится небольшая нейронная сеть. Эта структура выстраивается адаптивно, на каждом этапе обучения производится слияние классов, которые сеть чаще всего «путает» друг с другом. На этой стадии производится голосование нейронов на примерах. Нейронные сети в последующих узлах обучаются различать классы внутри каждой из полученных групп.

Исследуются проблемы, которые возникают при работе алгоритма, такие как подбор оптимального размера сети в узле и длительности обучения сети перед слиянием классов. Одной из главных проблем является выбор метода подбора порогового значения амплитуды, при котором нейрон может голосовать и таким образом влиять на слияние классов. В случае недообучения сети неверная установка порогового значения может привести к слиянию, зависящему от начального распределения весов, а не от схожести классов, что сводит на нет все положительные стороны алгоритма. Устанавливать единое значение порога для всех сетей с помощью простого перебора параметров при осуществлении перекрёстной проверки (кросс-валидации) не является эффективным решением, необходима адаптивная стратегия определения порога для каждой сети.

Для определения оптимальной стратегии алгоритм тестировался на одномерных и двумерных модельных задачах. Как пример можно рассмотреть пыль Кантора — фрактальное множество, рекурсивно получаемое из отрезка путём последовательного удаления центральной трети каждой из оставшейся частей. Эту операцию можно прекратить после определённой итерации, и таким образом получить множество классов, где иерархия выстроена очевидным образом. Исследуется работа нейронной сети в главном узле, производится построение распределения амплитуд нейронов.

Рассматриваются также другие методы построения иерархических классификаторов на основе нейронной сети. Сравняются результаты работы этих алгоритмов.

Работа выполнена при финансовой поддержке НИИЯФ МГУ по госзаданию, тема 6.1 (01201255512).

Литература

1. Hastie, Trevor, Robert, Tibshirani and J. H. Friedman. 2009. *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. New York: Springer — P. 282–288.

2. A new implementation of the algorithm of adaptive construction of hierarchical neural network classifiers / V.A. Svetlov, I.G. Persiantsev, J.S. Shugay, S.A. Dolenko // *Optical Memory and Neural Networks (Information Optics)*. — 2015. — Vol. 24, no. 4. P. 288–294.
3. H.-H. Song and S.-W. Lee, A self organizing neural tree for large-set pattern classification, Proc. of the Int. Conf. on Doc. Anal. and Recog., Montreal, pp.1111–1114, 1995.

ПРОБЛЕМЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОГО РАССЕЯНИЯ

Голда А. В.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: mr.andrey.golda@mail.ru

На практике многие квантовомеханические задачи тем или иным способом сводят к одномерным. Постановка одномерной квантово-механической задачи рассеяния на заданном потенциале $U(x)$ выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi(x) - \left(\frac{2\mu U(x)}{\hbar^2} - \kappa^2 \right) \psi(x) = 0 \quad (1)$$

Здесь $\psi(x)$ — волновая функция, μ — приведенная масса, κ — заданное волновое число.

Однако решение даже одномерной задачи рассеяния по-прежнему представляет большую проблему. Для нее строят различные приближенные методы: сеточный расчет, квазиклассическое приближение, параметрические методы и т.д. Ключевым вопросом всех этих методов является обоснование сходимости и верификация фактической точности.

Бесспорной верификацией точности метода является расчет тестовой задачи с известным точным решением и непосредственное сравнение приближенного решения с точным. Чтобы избежать вычислительных артефактов при таком сравнении, точное решение должно выражаться в элементарных функциях либо простейших специальных функциях. Мы проанализировали значительный объем литературы [1–4] и установили, что точные решения даже одномерных задач, удовлетворяющие указанным требованиям, фактически отсутствуют. Удалось найти лишь несколько решений, выражающиеся через функции Бесселя низких порядков [5].

В данной работе предложен нетривиальный подход к построению новых точных решений одномерной задачи рассеяния. Он заключается в переходе к новой неизвестной функции $f(x)$ по формуле

$$\psi = e^{\int f(x) dx} \quad (2)$$

Новая неизвестная функция имеет смысл действия. Подставляя ее в исходное уравнение Шредингера, имеем

$$\left(\frac{2\mu U(x)}{\hbar^2} - \kappa^2 \right) = f^2 - f' \quad (3)$$

Функция $f(x)$, вообще говоря, комплекснозначная. Представим ее в виде $f = R + iJ$, где R и J — вещественнозначные функции. На эти функции накладываются два требования: а) они должны удовлетворять равенству (3), и б) правая часть этого равенства (то есть $f^2 - f'$) должна быть чисто вещественным выражением. Это приводит к системе равенств

$$2m(U - E) = \frac{3}{4} \left(\frac{J'}{J} \right)^2 - J^2 - \frac{1}{2} \frac{J''}{J} \quad (4)$$

$$R = -\frac{1}{2} \frac{J'}{J} \quad (5)$$

Если удалось найти подходящие R и J , то через них нетрудно выразить волновую функцию

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{J}} e^{i \int J dx} \quad (6)$$

Для построения точных решений мы выдвигали гипотезы о виде функций R и J , которые должны соответствовать движению частицы над барьером, и находили по ним соответствующий потенциал. Было построено несколько конкретных примеров, в которых все вычисления удается выполнить до конца. При этом удавалось получать как непрерывные потенциалы, так разрывные «ступеньки».

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-01-00175

Литература

1. А.С. Давыдов «Квантовая механика» второе издание «Наука» 1973.
2. И.И. Гольдман В.Д. Кривченков «Сборник задач по квантовой механике» 1957.
3. З. Флюгге «Задачи по квантовой механике» Том 1 и Том 2 «Мир» 1974.
4. Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц «Курс теоретической физики» Том 3 (Квантовая механика) «Физматлит» 2004.
5. З. Флюгге «Задачи по квантовой механике» Том 1 «Мир» 1974 стр. 269 задача 99.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДВУМЕРНОГО НЕЛИНЕЙНОГО СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЁННОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА РЕАКЦИЯ-ДИФфуЗИЯ С ДАННЫМИ О ПОЛОЖЕНИИ ДВИЖУЩЕГОСЯ ФРОНТА

Григорьев В.Б.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: grigorjev.valentin@gmail.com

В работе рассматривается применение методов асимптотического анализа [1] для эффективного численного решения коэффициентной обратной задачи для двумерного нелинейного сингулярно возмущенного уравнения типа реакция-диффузия с известной информацией о зависимости положения движущегося фронта (внутреннего слоя) от времени. Задачи такого рода возникают в газодинамических, химических, биофизических и других практических приложениях. Основные подходы для эффективного численного решения задач такого типа заключаются в выделении с помощью методов асимптотического анализа априорной информации о динамике движущегося фронта [2], которая затем используется для построения эффективных численных схем. В данной работе рассматривается одна из вариаций этого подхода [3], основанная на сведении исходной обратной задачи к системе гораздо более простых задач (причем алгебраических, а не дифференциальных), которые связывают наблюдаемое местоположение движущегося фронта с коэффициентом исходной обратной задачи, который необходимо восстановить. На примере решения серии модельных задач демонстрируется эффективность предложенного подхода.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-01-00865 А.

Литература

1. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. школа, 1990.
2. Lukyanenko D. V., Shishlenin M. A., Volkov V. T. Solving of the coefficient inverse problems for a nonlinear singularly perturbed reaction-diffusion-advection equation with the final time data // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2018, Vol. 54, P. 233–247.

3. Lukyanenko D. V., Grigorev V. B., Volkov V. T., Shishlenin M. A. Solving of the coefficient inverse problem for a nonlinear singularly perturbed two-dimensional reaction-diffusion equation with the location of moving front data // Computers and Mathematics with Applications. 2019, Vol. 77, No. 5, P. 1245–1254.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СИСТЕМЫ ПРОТИВОПАВОДКОВЫХ ГИДРОУЗЛОВ ПРИ БОРЬБЕ С НАВОДНЕНИЯМИ

Давыдов Р.В.

*С-Пб ПУ Петра Великого, институт прикладной математики и механики,
Санкт-Петербург, Россия*

E-mail: davydovroman@outlook.com

В настоящее время во многих странах мира остро стоит вопрос защиты земель от наводнений, которые всегда считались значительной природной опасностью с точки зрения экономических потерь [2, 3]. Наблюдаемое изменение климата привело к заметному увеличению частоты крупных наводнений, сопровождающихся возрастанием экономического ущерба и числа пострадавших [1, 7]. Особенно тяжелые последствия вызывают ливневые наводнения. Главная опасность заключается в их внезапности и резком увеличении объема речного стока, многократно превышающего объем весеннего половодья. В последние десятилетия многие регионы мира подвергались сильнейшим наводнениям вызванными ливневыми дождями [8, 9].

Защита территории от наводнений в настоящее время осуществляется в основном методами, не в полной мере учитывающими сложившуюся ситуацию и ее неопределенность в ближайшем будущем и в перспективе – рост численности населения, изменение климата и структуры землепользования (освоение земель, вырубка лесов, сокращение водно-болотных угодий). В результате дорогостоящие мероприятия зачастую оказываются малоэффективными. В связи с этим меняется концепция борьбы с наводнениями: от локальных мероприятий по защите земель в конкретном месте к управлению риском наводнения в масштабе речного бассейна.

В России, как и во многих других странах мира, распространенным и эффективным способом борьбы с наводнениями является регулирование речного стока комплексными гидроузлами с крупными противопаводковыми емкостями. Размещаемые на основной реке, они защищают земли, расположенные ниже по течению. Кроме того, на боковых притоках реки размещаются противопаводковые гидроузлы упрощенной конструкции с меньшей емкостью, которые оказываются крайне полезны в случае увеличения водности реки при климатических изменениях, когда емкости гидроузла на основной реке оказывается недостаточно для аккумуляирования паводков [4–6].

Для оценки эффекта регулирования экстремальных расходов воды системой, распределенных на водосборе противопаводковых гидроузлов, с учетом требований охраны окружающей среды разработаны следующие математические модели:

- режимов работы комплексного гидроузла с ГЭС;
- режимов работы противопаводкового гидроузла;

Их использование позволяет оценить последствия регулирования речного стока как одиночным комплексным гидроузлом, так и при его совместной работе с противопаводковыми гидроузлами на боковых притоках и определить эффективность предложенного способа борьбы с наводнениями в речном бассейне.

В данном исследовании на основе разработанных математических моделей проведено компьютерное моделирование как отдельной работы противопаводковых гидроузлов, так и их совместной работы вместе с крупным гидроузлом с ГЭС в условиях паводка. Проведенные расчеты позволили дать дополнительные рекомендации по расположению и параметрам конструкций гидросооружений с учетом современных экологических и хозяйственных требований.

Полученные результаты могут использоваться в геоинформационных системах (ГИС) совместно с тематическими компьютерными картами фрагментов речного бассейна для определения зон затоплений в ходе наводнения, продолжительности затопления территорий, а также нанесенного экономического и экологического ущерба.

Литература

1. Alfieri L., Burek P., Feyen L., Forzieri G. Global warming increases the frequency of river floods in Europe // *Hydrol. Earth Syst. Sci.* 2015, Vol. 19, p. 2247–2260.
2. Alfieri L., Feyen L., Salamon P., Thielen J., Bianchi A., Dottori F., Burek P. Modelling the socio-economic impact of river floods in Europe // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* 2016, Vol. 16, p. 1401–1411.
3. Arnell N.W., Gosling S.N. The impacts of climate change across the globe: A multi-sectoral assessment // *Climatic Change*. 2016, Vol. 134(3), p. 457–474.
4. Chusov A., Maslikov V., Molodtsov D., Manukhina O. Determination of environmental impact factors of flood control hydrosystems with temporarily filled self-regulating reservoirs // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2018, Vol. 692, p. 1046–1054.
5. Davydov R., Antonov V., Molodtsov D., Cheremisin A., Korablev V. The simulation model for a flood management by flood control facilities // *MATEC Web of Conferences*. 2018, 245, 15002.
6. Davydov R., Antonov V., Molodtsov D., Trebukhin A. Mathematical simulation of flood management by hydro systems with temporarily flooded reservoirs // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2018, Vol. 692, p. 915–920.
7. Dottori F., Kalas M., Salamon P., Bianchi A., Alfieri L., Feyen L. An operational procedure for rapid flood risk assessment in Europe // *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* 2017, Vol. 17, p. 1111–1126.
8. Fedorov M., Badenko V., Maslikov V., Chusov A. Site selection for flood detention basins with minimum environmental impact // *Procedia Engineering*. 2016, Vol. 165, p. 1629–1636.
9. Tanoue M., Hirabayashi Y., Ikeuchi H. Global-scale river flood vulnerability in the last 50 years // *Sci. Rep.* 2016, Vol. 16, 36021.

СИСТЕМА ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С МАЛЫМ ПАРАМЕТРОМ, КАК МОДЕЛЬ СЕЗОННОГО ИЗМЕНЕНИЯ ТУРИСТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ

Дерюгина Н.Н.

*МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
e-mail: derunat@gmail.com*

В работе рассматривается система двух сингулярно возмущенных параболических уравнений в двумерной области с периодическими условиями по времени.

Исследуемую систему можно использовать для моделирования движения автоволнового фронта в двумерной области в случае неоднородной среды, параметры которой меняются со временем. В работе [1] было предложено использовать систему для описания сложных урбозкосистем, в которых взаимодействуют антропогенные и природные факторы. В настоящей работе в качестве примера приложения системы представлена модель периодического (сезонного) изменения туристической активности в некотором городе.

Ранее для описания туристической активности предлагались другие математические модели. В работе [3] предлагается система двух дифференциальных уравнений относительно двух функций: количества туристов и суммарного влияния туризма на экономику и экологию города. Более детальный подход предложен в работе [2] — в ней предлагается к рассмотрению сразу три взаимосвязанных функции: туристическая активность, экологические факторы и социальные. Однако ни одна из указанных моделей

не учитывает пространственную неоднородность урбоэкосистемы, из которой следует зависимость рассматриваемых функций от координат двумерного пространства. Помимо этого, не учтена так же принципиальная разность в скоростях исследуемых процессов.

В настоящей работе сезонное изменение туристической активности в некотором городе рассматривается с точки зрения взаимодействия социально-экономических факторов урбоэкосистеме, которое можно описать в виде двух сингулярно возмущенных параболических уравнений в двумерной области с периодическими условиями по времени.

$$\begin{cases} \varepsilon^4 \Delta u - \varepsilon^4 u_t = f(u, v, x, t, \varepsilon) \\ \varepsilon^2 \Delta v - \varepsilon^2 v_t = g(u, v, x, t, \varepsilon) \\ x = (x_1, x_2) \in D \subset R^2, t \in (0; +\infty) \end{cases}$$

с краевыми условиями:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial D} = 0, \left. \frac{\partial v}{\partial n} \right|_{\partial D} = 0, t \in (0; +\infty)$$

Где $\varepsilon > 0$ — малый параметр, Δ — оператор Лапласа, D — ограниченная односвязная область с достаточно гладкой границей ∂D , f и g — достаточно гладкие и Т-периодические функции в области $(u, v, x, t, \varepsilon) \in I_u \times I_v \times \bar{D} \times (0; +\infty) \times (0; \varepsilon_0]$, I_u и I_v — некоторые промежутки изменения переменных u и v , $\frac{\partial}{\partial n}$ — производная по нормали к ∂D .

Рассмотрим некий туристический город, в котором количество туристов и цены на проживание в гостиницах изменяются по периодическому закону в зависимости от сезона. Введем следующие обозначения:

$\bar{u}$ — заселенность гостиничных номеров,

$\bar{v}$ — средняя цена на проживания в гостиницах,

В рассматриваемой модели обе этих величины зависят как от времени (высокий и низкий туристические сезоны), так и от координат (неравномерное распределение гостиниц и цен на них). Запишем для функций $u(x, y, t)$ и $v(x, y, t)$ систему уравнений:

$$D_u \Delta \tilde{u} - \tilde{u}_t = \tilde{u}(\tilde{u} - \varphi_{\max} \alpha(x, y))(\tilde{u} - \varphi_{\max} \varphi(t)) + \tilde{u} v \varphi_{\max}$$

$$D_v \Delta \tilde{v} \varphi_{\max} - \tilde{v}_t \varphi_{\max} = \gamma \tilde{v} \varphi_{\max} - \tilde{u}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$\alpha(x, y)$ — управляющий параметр, связанный с распределением плотности гостиничных мест

$\varphi_{\max}$ — нормировочный коэффициент, количество комнат на одном гектаре

D_v — изменение заселенности при фиксированной цене

D_u — максимальное изменение заселенности в месяц

Сезонность туристической активности определяется верхним корнем первого уравнения — функция $\varphi(t)$ изменяется от 60% до 100%.

В работе представлено теоретическое исследование данной задачи стандартными методами асимптотической теории [4]. Получен алгоритм построения асимптотики произвольного порядка, проведено доказательство существования периодического решения. Также построено численное решение системы на основе статистических данных о количестве гостиниц в Париже, их распределении по районам, ценах на проживание и количестве туристов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 18-31-00204)

Литература

1. Сидорова А.Э., Левашова Н.Т., Мельникова А.А., Дерюгина Н.Н., Семина А.Е., Автово́лновая самоорганизация в неоднородных природно-антропогенных экосистемах, Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия, 2016, №6, 39–45.
2. Renato Casagrandi and Sergio Rinaldi, A Theoretical Approach to Tourism Sustainability, Conservation Ecology. 6:1 (2002).
3. L.Sinay, L.Sinay, A simple mathematical model for the effects of the growth of tourism on environment, the International Tourism Conference 2006.
4. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов, Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений, Высш. школа, Москва, 1990
5. Мельникова А.А., Дерюгина Н.Н., Периодические изменения автоволнового фронта в двумерной системе параболических уравнений, Моделирование и анализ информационных систем, 2018, 25:1, 112–124
6. Melnikova A.A., Derugina N.N., The Dynamics of the Autowave Front in a Model of Urban Ecosystems, Moscow University Physics Bulletin, 2018, 73:3, 284–292.

МЕТОДИКА РИЧАРДСОНА ДЛЯ ТРЕУГОЛЬНЫХ СЕТОК

Долматов А.С.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: alexdolmatov271828@gmail.ru

Большинство прикладных задач для уравнений в частных производных решается численными методами. Расчетная область как правило имеет достаточно сложную форму, поэтому на практике используются неструктурированные (треугольные либо тетраэдральные) сетки. Основным вопросом в таком расчете является апостериорная верификация фактической точности.

Для ортогональных равномерных и квазиравномерных сеток известна процедура многосеточных расчетов и оценки точности по методу Ричардсона [1]. Напомним, что эти оценки являются асимптотически точными; то есть чем подробнее сетка, тем ближе эта оценка к фактической точности расчета. Важно также то, что эти оценки не используют никакой информации о решении или его производных.

Однако для неструктурированных сеток такие процедуры еще не реализованы. Обычно проводится однократный расчет на заданной сетке, и оценить его точность в принципе невозможно. В данной работе реализован алгоритм триангуляции двумерной области со сложной границей и построен метод оценки точности сеточного расчета на такой сетке.

Для триангуляции исходной области использовался алгоритм исчерпывания [2]. Он состоит в последовательном "вырезании" треугольников из ещё не обработанной области. После построения сетки её нужно оптимизировать. Для этого используется два алгоритма: "flip" и "Laplace shift" [3]. Первый приводит построенную триангуляцию к триангуляции Делоне, которая, как известно, является оптимальной на заданном наборе точек. Второй алгоритм последовательно применяется к каждому узлу сетки, не лежащему на границе, и смещает его в центр многоугольника, образованного всеми треугольниками, прилежащими к данному углу. Два этих алгоритма позволяют заметно улучшить качество сетки.

Сетка дробится следующим образом. В каждом треугольнике соединим прямыми отрезками середины сторон. При этом каждый треугольник разбивается на четыре подобных, а сетка остаётся согласованной. При этом нужно следить, чтобы рёбра, аппроксимирующие границу, при разбиении так же лежали на границе: в случае криволинейной границы, требуется сместить узлы с центров таких рёбер на границу. Формулы для оценок точности по методу Ричардсона полностью аналогичны таковым для квазиравномерных сеток.

В качестве тестовой задачи рассмотрено вычисление интеграла методом средних. Погрешность этого метода имеет второй порядок малости относительно площади треугольника. Проводился расчет интеграла, для которого известно точное значение, выражающееся в элементарных функциях.

Результаты показывают, что апостериорная оценка точности стремится к фактическому значению погрешности при последовательных сгущениях сетки. Это позволяет применять экстраполяционное уточнение, то есть исключать найденную оценку погрешности из численного решения. Это приводит к повышению порядка точности. В силу симметрии формулы при каждом уточнении порядок точности повышается не на 1, а на 2. Для рассмотренной задачи было проведено описанное уточнение. Результаты расчетов полностью соответствуют теоретически ожидаемой картине.

Научные руководители Коняев Д.А., Белов А.А.

Литература

1. Калиткин Н.Н., Альшин А.Б., Альшина Е.А., Рогов Б.В. Вычисления на квазиравномерных сетках. М.: Физматлит, 2005.
2. Галанин М.П., Щеглов И.А. Разработка и реализация алгоритмов трёхмерной триангуляции сложных пространственных областей: итерационные методы. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2006.
3. Скворцов А.В. Обзор алгоритмов построения триангуляции Делоне // Выч. мет. программирование. 3:1. С.14–39. 2002.

ФОРМА ОГИБАЮЩЕЙ ВОЛНОВОГО ПАКЕТА В ЛАЗЕРЕ MICRA 5

Зверев А.А.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: zverev.aal7@physics.msu.ru

В задачах оптики, фотоники, плазмоники широко применяется численное моделирование. Оно используется при интерпретации эксперимента аппроксимации моделей, разработке оптических структур с заданными свойствами и так далее.

Задачи рассматриваются в нестационарной постановке. Граничным условием для явления является профиль падающего импульса, то есть форма огибающей волнового пакета. Хорошо измерен частотный спектр импульса, однако форму временной огибающей получить не удастся из-за малой длительности импульса.

Традиционно в расчетах используют некоторые модельные огибающие волновых пакетов, например, гауссову $\exp\{-\alpha(x-x_0)^2\}$, обратный гиперболический косинус $1/\cosh\{\alpha(x-x_0)\}$, несколько полуволн синуса и так далее. Однако спектр этих модельных импульсов чаще всего не соответствует реальному лазерному импульсу. Это особенно существенно, если облучаемая структура имеет высокую добротность. Тогда отличие реального лазерного спектра от модельного может приводить к значительному расхождению расчетов и эксперимента.

В данной работе рассмотрен реальный лазер MICRA 5, технические данные по нему приведены на сайте производителя [1]. Спектр этого лазера в случае импульсного режима приведен на рис. 1. Видно, что спектр близок к гауссовому, но несимметричен. Было численно построено обратное преобразование Фурье [2], оно дало временную огибающую в табличной форме. Была также подобрана разумная аппроксимация этой таблицы.

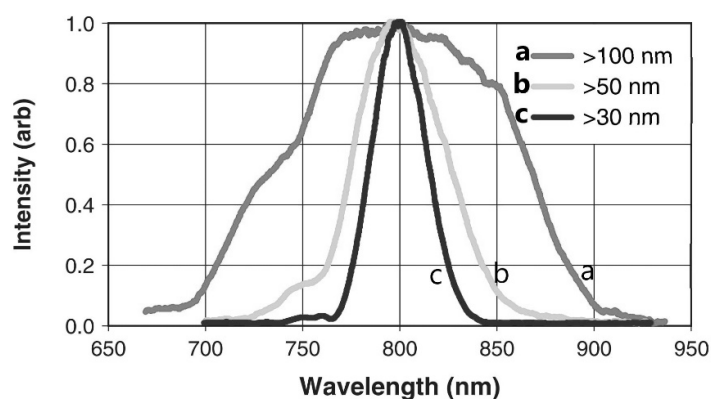


Рис. 1. Спектр лазера MICRA5

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-01-00175

Литература

1. <http://lasers.coherent.com/lasers/Micra-5>.
2. Калиткин Н.Н., Альшина Е.А. Численные методы. Том 1. Численный анализ. М.: Академия. 2013.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЯДОВ ДИНАМИКИ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ МЕТОДАМИ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА

Зюзина Н.А.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: zjuzina.na15@physics.msu.ru

В связи с признанием научным сообществом современных изменений глобального климата особенно актуальным становится статистический анализ рядов динамики гидрометеорологических параметров.[3] Однако климатические изменения носят региональный характер, поэтому проведение статистического анализа, независимо от методики, может быть основано исключительно на данных локальных наблюдений или на данных сети метеорологических станций.

Данные метеорологической станции — упорядоченная совокупность значений переменных, измеряемых через постоянный временной промежуток. Ряд расположенных в хронологической последовательности значений статистического показателя (среднесуточная температура воздуха) $s(t)$, соответствующих точкам $t_1, t_2, \dots, t_N$, называется временным рядом (рядом динамики).

Для исследования и прогноза климатических изменений существенно важным является статистический анализ рядов динамики метеорологических параметров, в особенности, температуры. В данной работе анализируются показатели среднесуточной температуры на протяжении 45 лет (1971–2016гг) на юго-западе Валдайской возвышенности. Данные, полученные на подобных особо охраняемых территориях (заповедники, национальные парки), дают уникальную информацию о естественных процессах изменения природной среды и климата, минимизируя антропогенный фактор.[1]

Важной характеристикой временного ряда является его стационарность или нестационарность.[2] Преобразование Фурье является удобным инструментом для анализа стационарных рядов, но в нестационарном случае имеет ряд ограничений и недостатков. Обладая хорошей локализацией по частоте, такое преобразование не имеет временного разрешения. Временные ряды динамики температуры, как правило, нестационарны, поэтому для их исследования применяется вейвлет-преобразование, которое позволяет рассматривать коэффициенты разложения В РЯД в разных масштабах.

Соответствующий временной ряд динамики температуры в ходе работы был проверен на стационарность с помощью теста Дикки-Фуллера. Результат оказался предсказуем — ряд нестационарный, тем самым обосновано применение вейвлет-анализа.

В данной работе используется непрерывное вейвлет-преобразование, дающее наиболее информативные с точки зрения анализа результаты. С помощью подходящего материнского вейвлета $\psi(t)$ (базисной функции, удовлетворяющей необходимым требованиям), вычисляются вейвлет-функции $\psi_{a,b}(t)$:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

и определяются вейвлет-коэффициенты $W(a, b)$:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \psi_{a,b}^* dt,$$

где $s(t)$ — анализируемый ряд динамики. [2]

После чего производится качественный анализ картины вейвлет-коэффициентов и построение интегрального спектра

$$S(a) = \int_{a_1}^{a_2} |W(a, b)|^2 db,$$

который показывает наличие циклов в исходном временном ряде.

Также были получены вейвлет-коэффициенты и интегральные спектры, с использованием разных материнских вейвлетов, произведено сравнение результатов. Например, пики интегрального спектра, построенного с помощью вейвлета Морле (рис.1) показывают циклы, соответствующие координате оси абсцисс, содержащиеся в анализируемом ряде динамики температуры.

Метеорологи отмечают, что значительный вклад в формирование годовой температуры вносит именно весенний период. Метеорологическая весна начинается, когда температура пять дней подряд более или равна 0. В связи с этим из ряда динамики были выделены значения, относящиеся к метеорологической весне, длиной в 90 дней. Построены картины вейвлет-коэффициентов и интегральные спектры использованием разных материнских вейвлетов, произведено сравнение результатов.

Также было произведено сравнение с результатами, полученными ранее при анализе исходных данных с помощью построения линейной регрессионной модели, дискретного вейвлет-преобразования и оконного преобразования Фурье.

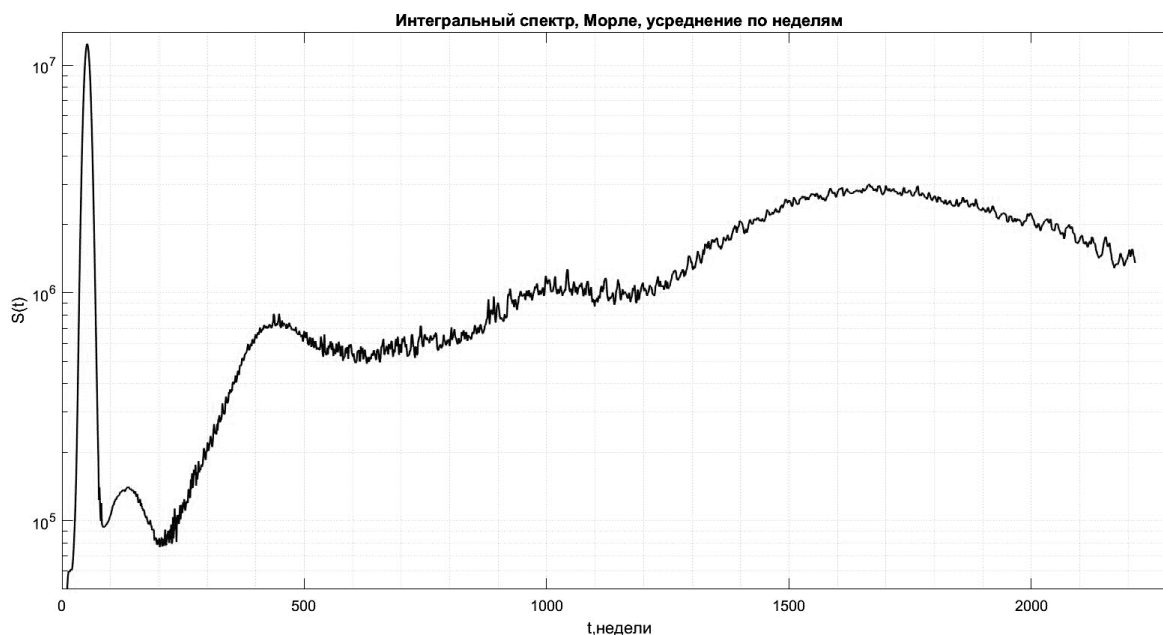


Рис. 1

Литература

1. Газарян В.А., Курбатова Ю.А., Овсянников Т.А., Шапкина Н.Е. // ВМУ.Серия 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 2015. № 5. Современные климатические изменения на юго-западе Валдайской возвышенности: статистический анализ многолетней динамики температуры воздуха, 2015, Москва.
2. Н.М. Астафьева. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения. // Успехи физических наук, 1996, т. 166, №11, с. 1145–1170.
3. Kurbatova J., Tatarinov F., Molchanov A. et al. // Environ. Res. Lett. 2013. № 8.045028.
4. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов. 2005, Москва.
5. Sallie Baliunas, Peter Frick, Dmitry Sokoloff, Willie Soon // Time scales and trends in the Central England Temperature data (1659–1990): A wavelet analysis. Geophysical Research Letters, Vol. 24, No.11, P. 1351–1354, June 1, 1997.
6. Асташов Р.А., Голубинский А.Н. Обоснование выбора материнского вейвлета непрерывного вейвлет-преобразования для анализа речевых сигналов. 2014, Воронеж.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ В МЕЛКОЙ ВОДЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ РЕГУЛЯРИЗОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ

Иванов А.В.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: alexvladiv@mail.ru

Задача моделирования распространения примеси бесспорно очень важна в связи с существующими экологическими проблемами. Одно из направлений её рассмотрения – использование приближения мелкой воды (МВ) для симуляции загрязнений неглубоких водоёмов, рек, озёр и т.д. В таком случае к имеющейся системе МВ добавляют уравнение для концентрации примеси:

$$\frac{\partial Ch}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{u}Ch) = \operatorname{div}(Dh\nabla C), \quad (1)$$

где C — концентрация примеси, $\mathbf{u}$ — горизонтальная скорость жидкости, h — глубина жидкости, D — коэффициент диффузии (в задачах, как правило, $D = 0$).

Построению численных методов для моделирования распространения примеси в мелкой воде посвящено много работ, например: [1]–[4].

В настоящей работе предлагается новый метод для численного решения вышеупомянутой системы уравнений. Суть метода заключается в применении квазигазодинамического подхода. Данный подход регуляризации показал высокую эффективность в решении системы уравнений МВ — [5], [6].

Рассматривалось два метода: с использованием регуляризации по C , а также без неё. Анализ численных тестов показал, что более сложный регуляризатор демонстрирует лучшие результаты. Система регуляризованных уравнений выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{j}_m) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(h\mathbf{u})}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{j}_m \otimes \mathbf{u}) + \nabla \frac{gh^2}{2} = -gh^*\nabla b + \operatorname{div}\Pi, \quad (3)$$

$$h^* = h - \tau \operatorname{div}(h\mathbf{u}), \quad (4)$$

$$\mathbf{j}_m = h(\mathbf{u} - \mathbf{w}), \quad (5)$$

$$\mathbf{w} = \frac{\tau}{h} [\operatorname{div}(h\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + gh\nabla(b+h)], \quad (6)$$

$$\Pi = \tau \mathbf{u} \otimes [h(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + gh \nabla(b+h)] + \tau I [gh \operatorname{div}(h \mathbf{u})], \quad (7)$$

$$\frac{\partial Ch}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{j}_m C) = \operatorname{div}(Dh \nabla C + \tau h \mathbf{u}(\mathbf{u} \cdot \nabla C)). \quad (8)$$

Полученная система уравнений с применением сложного регуляризатора (2)–(8) проверялась на известных задачах, представленных в публикациях по данной тематике. Численные тесты продемонстрировали хорошее согласие с результатами, полученными для этих задач другими методами. Были решены одномерные задачи об адвекции загрязнения над неровным дном [1], прорыва плотины на плоском дне [2], задача Римана с разбегающей жидкостью [3], а также двумерные: задача о прорыве симметричной плотины на плоском дне — рис. 1, и прорыв плотины над неровным дном при наличии источника [4].

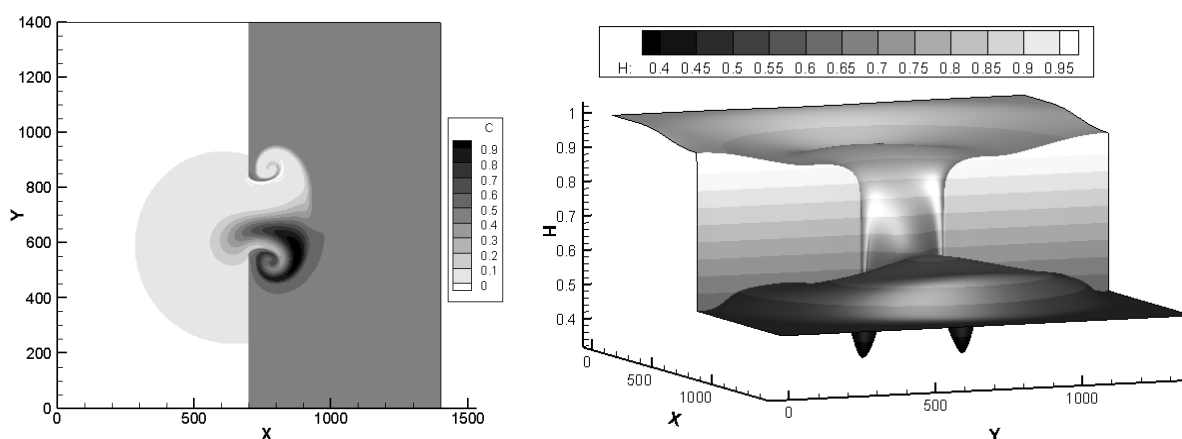


Рис. 1. Результаты расчетов задачи о прорыве симметричной дамбы. Изолинии концентрации примеси (слева), распределение уровня жидкости (справа).

Результаты для задачи о прорыве симметричной плотины продемонстрированы на рис. 1, они хорошо согласуются с расчетами, приведенными в [4]. Стоит отметить при этом, что для решения системы (2)–(8) использовалась разностная схема с первым порядком точности по времени, тогда как в [4] рассматривался метод второго порядка. Как видно из рисунка, решение для поверхности жидкости хорошо демонстрирует картину как круговой ударной волны, так и вихрей, образованных по обе стороны от разрыва. Аналогично для концентрации можно наблюдать четкое расположение фронтов и структур внутри вихрей.

Благодарности. Выражаю благодарность моему научному руководителю Елизаровой Т.Г. за предоставленную тему исследования, а также за оказанную помощь и поддержку.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-01-00262.

Литература

1. Chertock, A. Kurganov, G. Petrova. Finite-Volume-Particle Methods for Models of Transport of Pollutant in Shallow Water // Journal of Scientific Computing. 2006. V. 27. P. 189–199
2. E. Audusse, M.-O. Bristeau Transport of pollutant in shallow water a two time steps kinetic method // ESAIM: M2AN. 2003. V. 37 (2). P. 389–416.
3. A.I. Delis, Th. Katsaounis A generalized relaxation method for transport and diffusion of pollutant models in shallow water // Computational Methods in Applied Mathematics. 2004. V. 4 (4). P. 410–430.
4. A. Chertock, A. Kurganov On a hybrid finite-volume-particle method // ESAIM: M2AN. 2004. V. 38 (6). P. 1071–1091.
5. Булатов О.В., Елизарова Т.Г. Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений в неглубоких водоёмах. ЖВМиМФ. 2011. Т. 51(1). С. 170–184.

6. Елизарова Т. Г., Сабури Д. С. Применение регуляризованных уравнений мелкой воды к моделированию сейшевых колебаний уровня Азовского моря // Математическое моделирование. 2017. Т. 29 (1). С. 45–62.

ИССЛЕДОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ РАЗРЕШИМОСТИ УРАВНЕНИЯ, РОДСТВЕННОГО УРАВНЕНИЮ РОЗЕНАУ-БЮРГЕРСА, НА ПРЯМОЙ И ПОЛУПРЯМОЙ

Каташева И.К.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: katascheva.ik15@physics.msu.ru

В данной работе рассматривается следующее уравнение, находящее своё применение в гидро- и электродинамике:

$$\frac{\partial}{\partial t}(u_{xxxx} + \lambda u) - u_{xx} = F \quad x \in R \quad (1)$$

При $F = uu_x$ это уравнение известно как уравнение Розенау-Бюргерса.[1] В нашем случае в качестве неоднородности взята производная по времени от квадратичного члена разложения $\exp(\lambda u(x, t))$ по степеням $\lambda u(x, t)$, $F = -\frac{\partial}{\partial t} \frac{\lambda^2}{2} u^2(x, t)$. Исследование данного уравнения основано на методике полного обращения линейного оператора задачи. А именно, путём введения соответствующих операторов для уравнения (1)

$$M_{\xi, \tau}[u](\xi, \tau) := \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial^4 u(\xi, \tau)}{\partial \xi^4} + \lambda u(\xi, \tau) \right) - \frac{\partial^2 u(\xi, \tau)}{\partial \xi^2}$$

$$M_{\xi, \tau}^T[v](\xi, \tau) := -\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial^4 v(\xi, \tau)}{\partial \xi^4} + \lambda v(\xi, \tau) \right) - \frac{\partial^2 v(\xi, \tau)}{\partial \xi^2}$$

рассмотрения для них первой и второй формул Грина и использования интегрального представления для фундаментального решения оператора $M_{\xi, \tau}^T[v](\xi, \tau)$ мы получаем аналог третьей формулы Грина в ограниченной области. Далее рассматриваются три задачи: задача Коши (соответственно, на всей прямой), первая начально-краевая и вторая начально-краевая задача на полупрямой, для решений которых получены соответствующие явные представления на основе третьей формулы Грина. Дальнейшее рассмотрение сводится к исследованию соответствующих интегральных уравнений, результаты о разрешимости которых удаётся получить с помощью метода сжимающих отображений.

Литература

1. А. А. Панин. // Локальная разрешимость и разрушение решения для уравнения Розенау-Бюргерса с различными граничными условиями, ТМФ, 2013, т.177, №1, с. 93–110.
2. М. О. Корпусов // О разрушении решений трехмерного уравнения Розенау-Бюргерса, ТМФ, 2012, т. 170, №3, с. 342–349.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН БЛОХА ДЛЯ МАГНИТО-ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

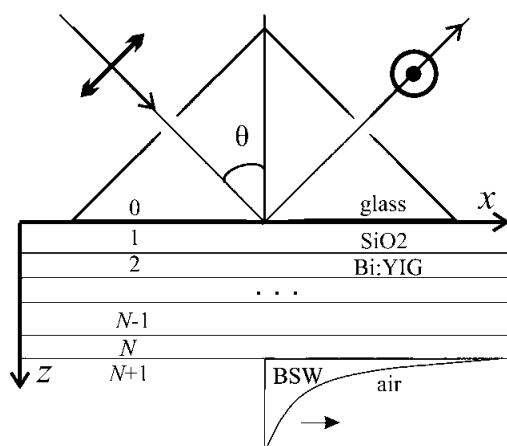
Кирюшина Е.А., Жбанников С.О.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: zhbannikovstas@yandex.ru, ryushinka@outlook.com

В настоящее время экспериментально и теоретически достаточно глубоко исследовано распространение электромагнитной волны в 1D фотонных кристаллах [1]. В частности, показано, что благодаря их дисперсионным особенностям, возможно значительное усиление эффекта Фарадея [3].

В данной работе для расчёта оптического и магнито-оптического отклика магнито-фотонного кристалла применяется матричный метод. Магнито-фотонный кристалл состоит из одного поверхностного слоя, толщина которого подбирается для усиления резонансных свойств системы, и произвольного количества внутренних бислоёв, каждый из которых состоит из одного немагнитного и одного магнито-активного слоя, каждый шириной $\frac{\lambda}{4}$ [4]. В качестве немагнитного слоя берется диоксид кремния, в качестве магнито-активного слоя — сплав висмута, железа, итрия и граната [2][5]. Для произвольного количества внутренних бислоёв и различной толщины поверхностного слоя был произведен расчет зависимости коэффициента отражения и фазы отражённого света от его длины волны и угла падения на установку, общий вид которой приведен ниже.



Литература

1. А.М. Мерзлякин “Мезоскопические эффекты когерентного распространения и локализации поляризованных электромагнитных волн в фотонных кристаллах и неупорядоченных слоистых средах,” Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, pp. 1–284.
2. I.H.Malitson, “Interspecimen Comparison of the Refractive Index of Fused Silica,” J. Opt. Soc. Am., vol. 55, no. 10, pp. 1205–1209, 1965.
3. M. N. Romodina, I. V. Soboleva, A. I. Musorin, Y. Nakamura, M. Inoue, and A. A. Fedyanin, “Bloch-surface-wave-induced Fano resonance in magnetophotonic crystals,” Phys. Rev. B, vol. 96, no. 8, pp. 1–5, 2017.
4. M. N. Romodina, I. V. Soboleva, and A. A. Fedyanin, “Magneto-optical switching of Bloch surface waves in magnetophotonic crystals,” J. Magn. Magn. Mater., vol. 415, pp. 82–86, 2016.
5. S. Wittekoek, T. J. A. Popma, J. M. Robertson, and P. F. Bongers, “Magneto-optic spectra and the dielectric tensor elements of bismuth-substituted iron garnets at photon energies between 2.2–5.2 eV,” Phys. Rev. B, vol. 12, no. 7, pp. 2777–2788, 1975.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БЕЗЭХОВОЙ КАМЕРЫ КОНИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Кузьмич Т.А.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: kuzmich.ta16@physics.msu.ru

Появление безэховых камер различной формы обусловлено необходимостью проводить анализ рассеяния и излучения электромагнитных волн на более низких частотах,

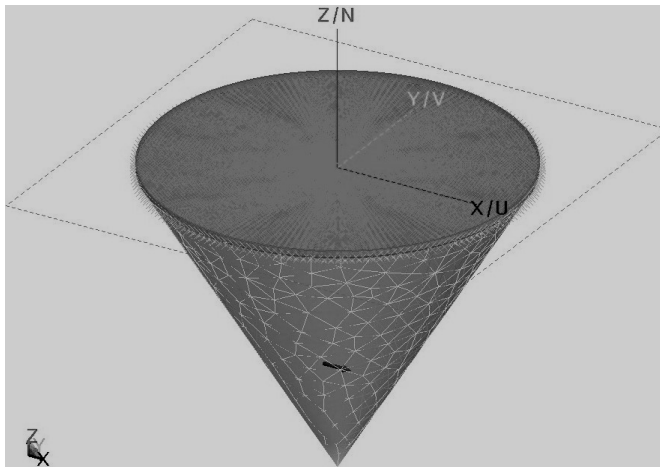


Рис. 1.

менее 500 МГц. При таких частотах излучение источника становится менее направленным, а антенна значительно увеличивается в размерах. Традиционные камеры представляют собой металлическую конструкцию, состоящую из волновода переменного сечения с открытым излучающим концом. Внутренняя поверхность камеры покрыта радиопоглощающим материалом, источник помещен в вершину рупора.

Для лучшей направленности излучения была предложена концепция безэховых камер, где расширяющаяся

часть волновода имеет коническую форму. В данной работе рассматривается математическая модель такой камеры.

Постановка задачи имеет следующий вид: электромагнитная волна, созданная диполем, расположенным перпендикулярно оси конуса, как показано на рисунке, распространяется внутри идеально проводящей конической поверхности. Анализ электрических и магнитных компонент поля производится в апертуре камеры.

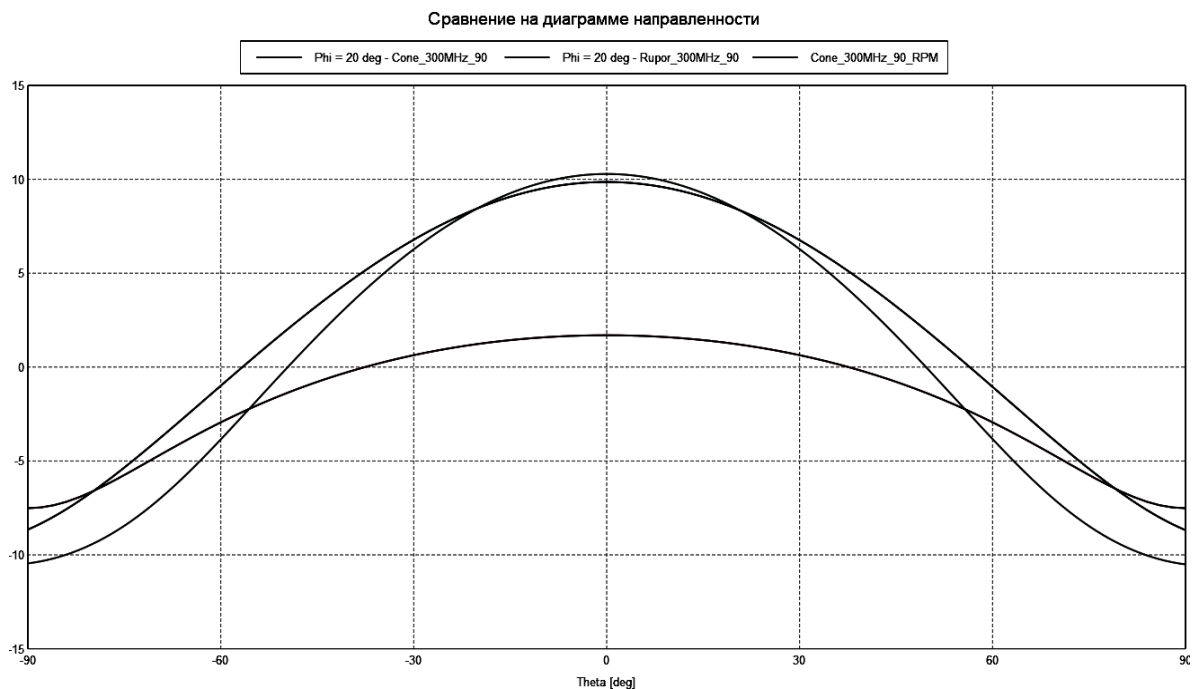


Рис. 2. Сравнение диаграмм направленности.

Компоненты поля в сферической системе координат удовлетворяют уравнению с граничными условиями на поверхности где компоненты поля через функцию U :

$$\begin{cases} E_r = -\frac{1}{r^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} \left(r \sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \right] \\ E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta \partial r} \\ E_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi \partial r} \end{cases}$$

Аналитическое решение задачи получено методом разделения переменных. Собственные значения данной задачи были найдены численно.

Численное решение методом конечных элементов задачи строится с помощью среды ФЕКО. Исследовано угловое и радиальное распределение поля в апертуре камеры, проведено сравнение результатов, полученных на основе аналитического решения задачи и с помощью вычислительного пакета.

Литература

1. Вайнштейн Л.А., Электромагнитные волны, Изд. 2-е. М.: Радио и связь, 1988. 440 с
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Уравнения математической физики, Изд. 5-е. М.: Наука, 1977. 735 с.
3. Банков С.Е., Курушин А.А., Расчет излучаемых структур с помощью ФЕКО, – М.: ЗАО «НПП «РОДНИК»,. 2008. 246 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА САМОКОМПЕНСАЦИИ ОШИБОК В ОПТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЯХ ПРИ ШИРОКОПОЛОСНОМ КОНТРОЛЕ НАПЫЛЕНИЯ С ВОЗВРАТОМ СВИДЕТЕЛЕЙ

Лагутин Ю.С.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: lagutin.math@gmail.com

В настоящее время при напылении оптических покрытий активно используется метод широкополосного контроля. При контроле напыления этим методом случайные ошибки в напыляемых слоях являются коррелированными, что приводит к двум противоположным эффектам: негативному — резкому возрастанию ошибок при напылении, и позитивному - компенсации ошибок в разных слоях. В разных типах дизайнов покрытий может доминировать тот или иной эффект. При проектировании оптических покрытий, в которых преобладает негативный эффект, необходимо подбирать метод контроля, уменьшающий корреляцию ошибок в слоях. В работе исследован случай, когда для уменьшения эффекта корреляции используются свидетели, поочередно меняющиеся при напылении каждого следующего слоя.

Литература

1. Оценки, связанные с механизмом самокомпенсации ошибок в процессе напыления оптических покрытий / А. В. Тихонравов, И. В. Кочкиков, И. А. Матвиенко и др. // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. — 2018. — № 6. — С. 50–54.
2. Корреляция ошибок при напылении оптических покрытий с широкополосным оптическим контролем / А. В. Тихонравов, И. В. Кочкиков, И. А. Матвиенко и др. // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. — 2018. — Т. 19. — С. 439–448.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОЙ ДОСТУПНОСТИ МОСКВЫ МЕТОДОМ РАЗБИЕНИЯ ВОРОНОГО

Макин Е.А., Темнова М.М.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: evgeniy.makin.97@mail.ru, m_temnova@mail.ru

Одной из приоритетных задач развития города Москвы является решение проблемы транспортной доступности отдаленных от центра города районов. С целью снижения нагрузки на автомобильные дороги города ведется активная политика, направленная на расширение зон покрытия общественного транспорта. На сегодняшний день наиболее востребованный и удобный для передвижения вид общественного транспорта Москвы — московский метрополитен. Именно вокруг станций метро формируется вся инфраструктура районов города, а транспортная доступность объектов инфраструктуры определяется расстоянием до ближайшей станции метрополитена.

Целью данной работы является получение разбиения Вороного города Москвы¹, состоящего из 259 областей², каждая из которых содержит одну станцию московского метрополитена. На основе разбиения можно сделать вывод о плотности расположения станций метро, а также выявить области, особенно нуждающиеся в строительстве дополнительных станций.

Отметим, что диаграмма Вороного служит универсальным инструментом при решении широкого спектра задач науки, искусства и бизнеса. Наиболее привлекательным направлением применения метода разбиения Вороного, помимо медицины, является градостроительство (планирование новых районов застройки, улично-дорожных сетей населенных пунктов и расположений объектов социальной инфраструктуры). Существует также множество алгоритмов построения диаграмм Вороного по заданному набору точек на плоскости. Одним из оптимальных алгоритмов с точки зрения сложности является алгоритм Форчуна (Fortune's sweep line algorithm), используемый в данной задаче.

Для решения поставленной задачи была создана графическая визуализация на языке программирования Python. Из открытого источника³ были получены координаты всех станций метро города Москвы, включая станции монорельса и МЦК (Московское центральное кольцо). С помощью библиотек `pytess` и `scipy` была построена диаграмма Вороного для точек, координаты которых есть широта и долгота станций метро соответственно. С использованием библиотеки `osmnx` был получен набор точек, который определяет границы Москвы. Далее с использованием библиотеки `shapely` диаграмма Вороного была «наложена» на получившийся набор точек, который определяет форму Москвы. Таким образом, получилось пересечение двух этих множеств. С использованием библиотеки `folium` была создана интерактивная визуализация полученных результатов. Также был выполнен расчет площади каждой получившейся области диаграммы Вороного. Программная часть работы (в том числе визуализация) находится в общем доступе, с ней можно ознакомиться по ссылке: https://github.com/EvgeniiMakin/Voronoi_Moscow_metro.

В заключение хочется отметить, что на сегодняшний день существует множество работ, посвященных диаграмме Вороного, основная ценность данной работы заключается в новаторском подходе к использованию метода разбиения Вороного применительно к проблеме транспортной доступности районов Москвы (с точки зрения близости к станциям московского метрополитена), а также в современном графическом интерактивном представлении решения данной задачи.

¹ В данной задаче территория Москвы была рассмотрена без учета Новомосковского, Троицкого, Зеленоградского и части Западного административных округов.

² Некоторые станции метрополитена находятся за пределами Москвы, но при этом являются сайтами некоторых областей города.

³ <https://www.openstreetmap.org>

Литература

1. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия. Введение. 1989. С. 249-274.
2. S. Fortune. A Sweepline Algorithm for Voronoi Diagrams//Algorithmica, 2. 1987. С. 153–174.

КОНЕЧНОМЕРНЫЕ ДИНАМИКИ ВТОРОГО ПОРЯДКА И ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА-ХАКСЛИ

Матвийчук Р.И.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: mathvich@gmail.com

Понятие конечномерной динамики эволюционных уравнений

$$u_t = \phi(x, u, u_x, u_{xx}, \dots) \quad (1)$$

было введено в работе [4]. А именно, обыкновенное дифференциальное уравнение

$$F(x, y_0, y_1, \dots, y_k) = 0 \quad (2)$$

называется динамикой уравнения (1), если функция $\phi(x, y_0, y_1, y_2, \dots)$ является производящей функцией тасующих симметрий этого эволюционного уравнения [3]. Здесь $x, y_0, y_1, y_2, \dots, y_k$ — канонические координаты на пространстве k -джетов $J^k(R)$.

Из данного определения конечномерных динамик следует, что если известно решение $y(x)$ уравнения (2), то его сдвиг $u(t, x) = \Phi_t^*(y(x))$ вдоль траекторий эволюционного векторного поля S_ϕ [3] дает решение уравнения (1).

Эти идеи будут применены для построения точных решений обобщенного уравнения Бюргерса-Хаксли

$$u_t + uu_x = u_{xx} + f(u), \quad (3)$$

которое возникает во многих прикладных задачах: в гидродинамике, экологии и нелинейной акустике. При $f(u) = 0$ уравнение (3) является уравнением Бюргерса [2]. Для этого случая конечномерные динамики представлены в работе [5].

В работе [2] проведена групповая классификация уравнений (3) для случая, когда функция $f(u)$ является полиномом третьей степени и указаны алгебры точечных симметрий.

Теорема.

При $f = (u+1)^2$ уравнение (2) допускает конечномерную динамику $F = y_2 - y_1$

При $f = -\frac{5}{9}u^3$ конечномерную динамику $F = y_2 + y_0y_1 + \frac{1}{9}y_0^3$;

При $f = -\frac{5}{9}u^3 + u$ конечномерную динамику $F = y_2 + y_0y_1 + \frac{1}{9}y_0^3 - \frac{1}{5}y_0$.

Общие решения уравнения (2) в пространстве непрерывных функций для этих случаев следующие (a, b — произвольные константы, в дальнейшем выражающиеся через начальное условие):

$$y(x) = a + be^x;$$

$$y(x) = \frac{6(ax+b)}{ax^2 + 2bx + 2};$$

$$y(x) = \frac{3}{\sqrt{5}} \frac{be^{\frac{x}{\sqrt{5}}} - e^{-\frac{x}{\sqrt{5}}}}{a + be^{\frac{x}{\sqrt{5}}} + e^{-\frac{x}{\sqrt{5}}}}.$$

Укажем преобразование сдвига вдоль траекторий эволюционного векторного поля S_φ в этих случаях:

$$\begin{aligned} x &\rightarrow x, y_0 \rightarrow -\frac{(e^{2t} - t - 1)y_1 + ty_0 + t + y_0}{t(y_0 - y_1 + 1) - 1}, y_1 \rightarrow -\frac{e^{2t}y_1}{t(y_0 - y_1 + 1) - 1} \\ x &\rightarrow x, y_0 \rightarrow \frac{3y_0}{2ty_0^2 + 6ty_1 + 3}, y_1 \rightarrow \frac{2ty^4 + 12ty_0^2y_1 + 18ty_1^2 + 9y_1}{(2ty_0^2 + 6ty_1 + 3)^2}; \\ x &\rightarrow x, y_0 \rightarrow -\frac{9y_0}{e^{\frac{-6}{5}t}(5y_0^2 + 15y_1 - 9) + 5y_0^2 - 15y_1}, \\ y_1 &\rightarrow \frac{1}{25} \frac{-15(y_0^2 + 3y_1)\left(y_0^2 + 3y_1 - \frac{9}{5}\right)e^{\frac{-6}{5}t} + 15y_0^4 + y_0^2(90y_1 - 27) + 135y_1^2}{\left(\left(y_0^2 + 3y_1 - \frac{9}{5}\right)e^{\frac{-6}{5}t} - y_0^2 - 3y_1\right)^2} \end{aligned}$$

Применение этих преобразований к соответствующим решениям обыкновенных дифференциальных уравнений (2) даёт точные решения обобщенного уравнения Бюргера-Хаксли (3):

$$\begin{aligned} u(t, x) &= -\frac{e^{2t}y_{10}e^{x-x_0} + (y_{10} - y_{00} - 1)t - y_{00} + 3y_{10}}{t(y_{10} - y_{00} - 1) + 1}; \\ u(t, x) &= 6 \frac{(x - x_0)(y_{00}^2 + 3y_{10}) + 3y_{00}}{\left((x - x_0)^2 + 12t\right)(y_{00}^2 + 3y_{10}) + 6y_{00}(x - x_0) + 18}; \\ u(t, x) &= \frac{\frac{3}{\sqrt{5}} \left(e^{\frac{x_0 - x}{\sqrt{5}}} \left(y_{00}^2 - \frac{3}{\sqrt{5}} y_{00} + 3y_{01} \right) - e^{\frac{x - x_0}{\sqrt{5}}} \left(y_{00}^2 + \frac{3}{\sqrt{5}} y_{00} + 3y_{01} \right) \right)}{2 \left(y_{00}^2 + 3y_{01} - \frac{9}{5} \right) e^{\frac{-6}{5}t + \frac{1}{\sqrt{5}}x_0} - e^{\frac{x_0 - x}{\sqrt{5}}} \left(y_{00}^2 - \frac{3}{\sqrt{5}} y_{00} + 3y_{01} \right) - e^{\frac{x - x_0}{\sqrt{5}}} \left(y_{00}^2 + \frac{3}{\sqrt{5}} y_{00} + 3y_{01} \right)} \end{aligned}$$

Здесь x_0, y_{00}, y_{01} — произвольные постоянные.

Литература

1. Ахметзянов А.В., Кушнер А.Г., Лычагин В.В. Аттракторы в моделях фильтрации // Доклады Академии наук. — 2017. — Т. 472, № 6. — С. 627–630.
2. Aksenov A.V., Druzhkov K.P.. Symmetries and reductions of Burgers-Huxley equation // Journal of Physics: Conference Series 755 (2016) 011001.
3. Kushner A.G., Lychagin V.V., Rubtsov V.N. Contact Geometry and Nonlinear Differential Equations. — United Kingdom: United Kingdom, 2007. — 518 p.
4. V. Lychagin, O. Lychagina. Finite dimensional dynamics for evolutionary equations // Nonlinear Dyn. 48 (2007). P. 29–48.
5. Akhmetzyanov A. V., Kushner A. G., Lychagin V. V. Finite dimensional attractors of differential evolutionary equations // Proc. International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), 1–3 June 2016. — IEEE, 2016.

АВТОВОЛНОВАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Михеев Н.А.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
 E-mail: mikheev.na16@physics.msu.ru

Адекватное измерение и интерпретация показателя уровня долговой нагрузки является необходимым условием для эффективной реализации центральным банком своих функций. Показатель долговой нагрузки является важным индикатором устойчивости банковской системы и может служить опережающим индикатором для банковских кризисов. Уровень долговой нагрузки также является фактором, влияющим на колебания в реальном секторе экономики, особенно в неблагоприятные периоды. Таким образом, анализ изменений показателя долговой нагрузки может использоваться для оценки рисков для финансовой и общеэкономической стабильности [1].

Скорости роста кредитования и ВВП являются стохастическими величинами, непосредственно, зависящими от ключевой ставки. Для оценки скоростей изменения кредитования и ВВП нами была разработана двухкомпонентная модель относительно усредненных величин, основанная на теории активных сред. С учетом правила замены переменных в усредненных стохастических выражениях [2], модельная система имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -W \frac{\partial u}{\partial x} - u(u^2 - \alpha(t)u) + \delta(t)v; \\ \frac{\partial v}{\partial t} - D \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -W \frac{\partial v}{\partial x} + u - \gamma(t)v, \end{cases} \quad -5 < x < 25, \quad 0 < t < T$$

Здесь x — ставка (в процентах), v — скорость роста кредитов, u — скорость роста ВВП, $W = dx/dt$ — скорость изменения ключевой ставки, D — дисперсия ключевой ставки.

Граничные условия: $\frac{du}{dx}(0) = 0$; $u(L) = 0$; $\frac{dv}{dx}(0) = 0$; $v(L) = 0$. Расчеты согласно модели были проведены на примере Австралии (AU). На основе исследования данных, предоставленных Пономаренко А.А. и Дерюгиной Е.Б. (ЦБ РФ) были подобраны следующие модельные функции: $\alpha(t) = -W(t-10)$, $\delta(t) = 0,5\alpha(t)$, $\gamma = 0,4$. График скорости роста ставки W от времени был построен из соображений, что $W = \frac{dx}{dt}$.

Литература

1. Софья Донец, Алексей Пономаренко. Индикаторы долговой нагрузки. Серия докладов об экономических исследованиях (ЦБ РФ), №5 / Июнь 2015 г.
2. Степанов. С. Стохастический мир. Электронная книга. <http://synset.com>.

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ПОГРАНСЛОЙНОГО ТИПА
 В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА
 АНТРОПОГЕННЫХ ПРИМЕСЕЙ В АТМОСФЕРЕ

Давыдова М.А., Нечаева А.Л.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
 m.davydova@physics.msu.ru, nechayeva.al15@physics.msu.ru

В настоящей работе рассмотрена нестационарная периодическая сингулярно возмущенная задача типа реакция-диффузия-адвекция, моделирующая суточные изменения концентрации антропогенной примеси с быстрым распадом вещества при верти-

кальном переносе. С использованием асимптотического метода пограничных функций [1], который получил свое развитие на этот класс задач в работе [2], и асимптотического метода дифференциальных неравенств [3], основанного на использовании теорем сравнения [4], исследован вопрос существования асимптотически устойчивых периодических решений с пограничными слоями. В работе обсуждаются достаточные условия существования таких решений, построение асимптотических приближений решений произвольного порядка точности, обоснование формальных алгоритмов и исследование решений на наличие асимптотической устойчивости по Ляпунову, как решений соответствующих начально-краевых задач. Результаты работы иллюстрированы примером с целью сравнительного анализа асимптотического решения нулевого порядка и численного решения задачи при выбранных значениях коэффициентов и малого параметра.

Результаты исследований могут быть использованы в прикладных целях, а именно: при описании процессов переноса и накопления антропогенных примесей в пограничном слое атмосферы в случае экспериментально установленных зависимостей для таких параметров, как скорость ветра, коэффициент турбулентной диффузии, объемная плотность источников (стоков) антропогенного вещества.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-10080.

Литература

1. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М. : Высш. Школа, 1990.
2. Нефедов Н. Н., Давыдова М.А. Периодические контрастные структуры в системах типа реакция-диффузия-адвекция// Дифференц. уравнения. 2010. Т. 2010, № 46. С. 1300–1312.
3. Н.Н. Нефедов. Метод дифференциальных неравенств для некоторых сингулярно возмущенных задач в частных производных. //Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, №4. С. 719-722.
4. P. Hess. Periodic-Parabolic Boundary Value Problems and Positivity.// Pitman Research Notes in Math. Series 247, Longman Scientific and Technical, 1991.

СТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ ПОГРАНСЛОЙНОГО ТИПА НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ТЕПЛА В НЕОДНОРОДНОМ СТЕРЖНЕ

Давыдова М.А., Рублев Г.Д.

*МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
m.davydova@physics.msu.ru, rublev.gd15@physics.msu.ru*

В настоящей работе рассмотрена нелинейная стационарная сингулярно возмущенная задача, моделирующая процесс переноса тепла в стержне с нелинейным коэффициентом теплопроводности и переменной плотностью при интенсивном воздействии распределенного нелинейного источника тепла. С использованием асимптотического метода пограничных функций [1] и асимптотического метода дифференциальных неравенств [2], основанного на применении теорем сравнения [3], исследован вопрос о существовании стационарных решений с пограничными слоями квазилинейного уравнения теплопроводности. Сформулированы достаточные условия существования и единственности таких решений. Обсуждается построение асимптотического приближения решения произвольного порядка точности и выполняется обоснование формальных построений.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-10080.

Литература

1. А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высш. школа, 1990
2. Н.Н. Нефедов. // Метод дифференциальных неравенств для некоторых классов нелинейных сингулярно возмущенных задач с внутренними слоями.// Дифференц. уравнения. 1995. Т. 31, № 7. С. 1142–1149.
3. H. Brill. On the Solvability of Semilinear Elliptic Equations with Nonlinear Boundary Conditions. // Mathematische Annaler. 1976. Vol. 222, Issue 1, pp 37–48.

ДИПОЛЬНЫЕ РЕЗОНАНСЫ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

Рыбина А.В.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: rybina.av15@physics.msu.ru

Моделирование метаповерхностей часто производится в рамках применимости дипольного приближения [1,2]. При этом каждый сферический мета-атом заменяется парой из электрического и магнитного диполей. Модель обеспечивает разумную точность, если дипольный вклад в полное рассеянное излучение составляет более 95% на всем рассматриваемом диапазоне частот [3]. Это приводит к ограничениям на размер метаатомов.

В статье [4] было экспериментально установлено, что первый магнитный дипольный резонанс возникает при выполнении условия $\lambda/(2r) \approx n$. В настоящей работе были получены уравнения, описывающие положения электрического и магнитного дипольных резонансов, которые согласуются с экспериментальными результатами [5].

В качестве примера рассмотрим сферическую частицу из PbTe. В рабочем диапазоне тепловизора 8-12 мкм показатель преломления n данного материала слабо зависит от длины волны λ . С разумной точностью его можно считать постоянным $n = 5.647$.

Обозначим через C отношение дипольного сечения σ_D к сечению рассеяния $\sigma_D + \sigma_Q + \sigma_O$, включающему мультиполи более высоких порядков. На рис. 1 представлен график зависимости C от радиуса частиц r . Если C мало отличается от 1, то дипольный вклад является преобладающим. Границей разумной количественной точности дипольного приближения будем считать $C = 0.95$. Отсюда находим максимальный радиус частиц.

Положение электрического и магнитного дипольных резонансов определяем непосредственно по соответствующим максимумам на графиках $\sigma(r, \lambda)$ при фиксированных λ , n . Оказалось, что при фиксированном n максимальный радиус r прямо пропорционален длине волны λ .

Аналогичные расчеты были проведены для сферических частиц из материалов, показатель преломления которых изменяется в диапазоне от 3 до 10 с шагом 0.5. Полученные данные для положений магнитных и электрических дипольных резонансов, а также критерия применимости дипольного приближения приведены на рис. 1б. Видно, что зависимость λ/r от n имеет линейный характер. Полученные результаты могут быть использованы для простых оценок параметров структуры, обеспечивающих наличие дипольных резонансов и применимость дипольного приближения.

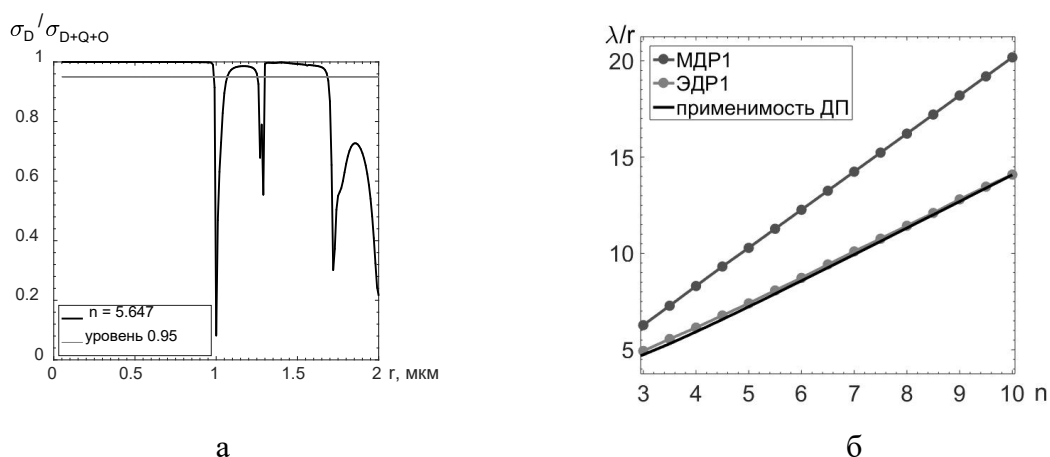


Рис. 1. а) Отношение дипольного вклада в сечение рассеяния к полному сечению при $\lambda = 8$ мкм. Горизонтальная линия — $C = 0.95$. б) Положения первых магнитного и электрического дипольных резонансов и критерий применимости дипольного приближения.

Научные руководители: Ж.О. Домбровская, А.Н. Боголюбов

Литература

1. Holloway, C.L., Mohamed, M.A., Kuester, E.F., Dienstfrey, A. Reflection and transmission properties of a metafilm: with an application to a controllable surface composed of resonant particles // IEEE Trans. Electromagn. Compat. 2005, vol. 47, p. 853–865.
2. Evlyukhin, A.B., Reinhardt, C., Seidel et al. Optical response features of Si-nanoparticle arrays // Phys. Rev. B 2010, vol. 82, № 4, p. 045404.
3. Белокопытов, Г.В., Журавлев, А.В. Поляризуемость сферических частиц // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2008, 11 (1), с. 41–49.
4. Kuznetsov, A.I., Miroshnichenko, A.E., Fu, Y.H. et al. Magnetic light // Sci. Rep. 2012, vol. 2, p. 492.
5. Rybina, A.V., Dombrovskaya, Zh.O., Bogolyubov, A.N. Dipole response of a dielectric sphere // Bull. of the RAS: Physics 2018, vol. 82, №11, p. 1380.

РЕГУЛЯРИЗОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ И ИХ РЕАЛИЗАЦИЯ В ОТКРЫТОМ ПАКЕТЕ OPENFOAM В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАСОСА ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ КРОВООБРАЩЕНИЯ

Стенина Т.В.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: stenina.tv15@physics.msu.ru

Модели дискового насоса для поддержания работы сердца разрабатываются в ИТПМ СО РАН, начиная с 2004 года. На данный момент существуют экспериментальные исследования, выполненные в ИТПМ СО РАН на образце, модель которого представлена на рис. 1.

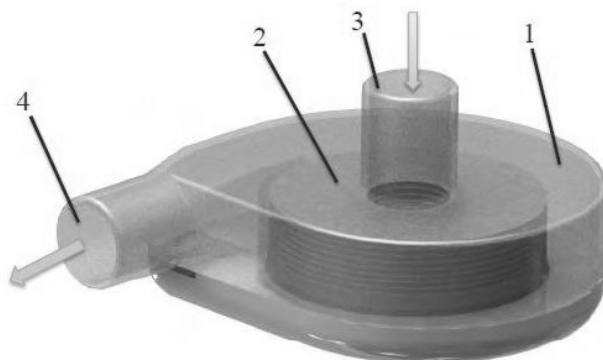


Рис. 1. Модель дискового насоса для перекачивания крови.

Опытный образец состоит из корпуса 1 и размещенного в нём ротора 2. При вращении ротора жидкость засасывается через входное отверстие 3 и, получив ускорение в роторе, выбрасывается через выходное отверстие 4.

В настоящее время попытки моделирования этого прибора с использованием аналитических подходов и ограниченные попытки моделирования с применением коммерческих пакетов не позволяют оптимизировать устройство, что показано в работе [1].

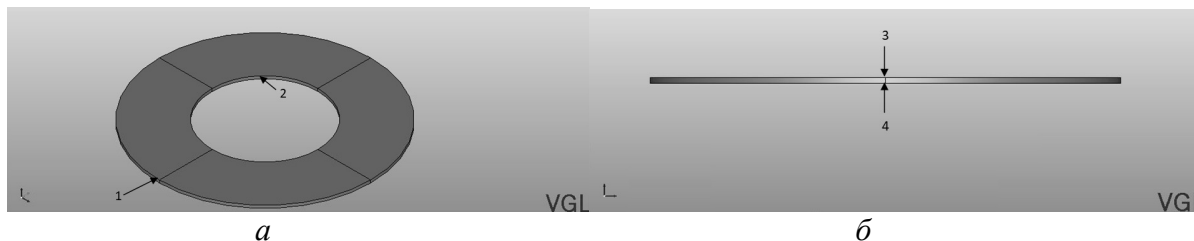


Рис. 2. Расчетная область: (а) — вид в объеме, (б) — вид сбоку. 1 — граница для вытекания, 2 — граница для втекания, 3 — верхний диск, 4 — нижний диск.

В настоящей работе представлены первые результаты численного моделирования работы модельного варианта насоса, состоящего из двух дисков, и реализации этой модели в рамках открытого программного комплекса OpenFOAM. Модель включает в себя задание трехмерной пространственной области расчета, конфигурация которой соответствует в упрощенном виде реальным параметрам дискового насоса, запись системы уравнений в лабораторной системе координат совместно с граничными условиями, и построение пространственной сетки. Область расчета представлена на рис.2. Результаты пробных расчетов для настройки численного алгоритма под поставленную задачу и его доработка для акцентирования анализа напряжений трения и специфических входных и выходных данных показаны на рис. 3.

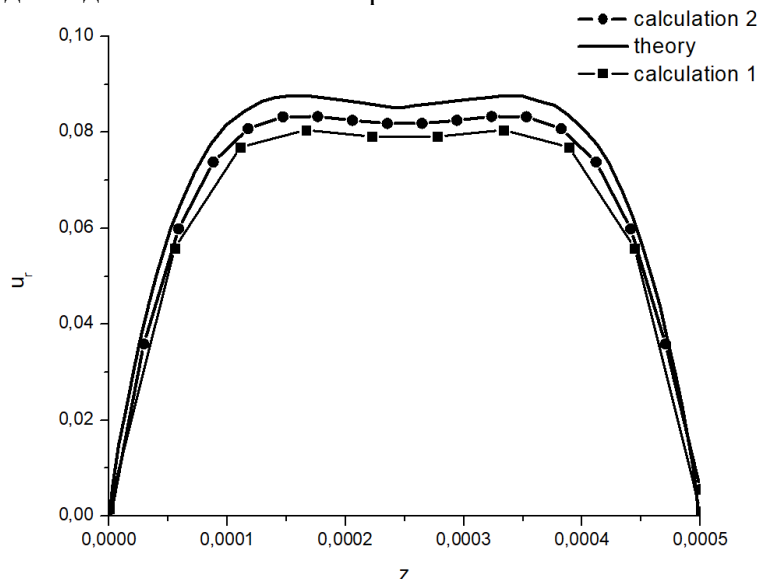


Рис. 3. Сравнение выходных профилей радиальной скорости. Скорость вращения диска $\Omega = 1500$ об/мин. Calculation 1 — по оси z 9 ячеек, calculation 2 — по оси z 17 ячеек.

Задача решается с применением регуляризованных уравнений гидродинамики (КГиД), которые были выведены в книгах [2] и [3]. При этом уравнения неразрывности и баланса импульса для случая изотермического течения:

$$\begin{cases} \text{div}(\vec{u} - \vec{w}) = 0, \\ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} - \vec{w}) \cdot \vec{\nabla} \vec{u} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p = \frac{1}{\rho} \text{div} \Pi. \end{cases} \quad \begin{matrix} 1) \\ 2) \end{matrix}$$

Численный алгоритм реализован в рамках формализма вычислительного комплекса OpenFOAM по аналогии с имеющимся в нем вычислительным ядром для моделирования задач аэродинамики, который описан в статье [4].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-01-00262. Отдельную благодарность хочется выразить Елизаровой Т.Г. за предоставленную тему и Крапошину М.В. за помощь в реализации задачи.

Литература

1. Чернявский А.М., Медведев А.Е., Приходько Ю.М., Фомин В.М., Фомичев Е.П., Фомичев А.В., Чехов В.П., Рузматов Т.М., Караськов А.М. Дисковые насосы для поддержки кровообращения в организме человека. Новосибирск, 2016.
2. Елизарова Т.Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. Москва, Научный мир, 2007.
3. Шеретов Ю.В. Математическое моделирование течений жидкости и газа на основе квазигидродинамических и квазигазодинамических уравнений. Тверь: Тверской гос. ун-т, 2000.
4. Kraposhin M.V., Smirnova E.V., Elizarova T.G., Istomina M.A. (2018) Development of a new OpenFOAM solver using regularized gas dynamic equations. Computers & Fluids, Volume 166, 30 April 2018, Pages 163–175.

АНАЛОГ МЕТОДА РИЧАРДСОНА ДЛЯ СВЕРХЛИНЕЙНО СХОДЯЩИХСЯ ИТЕРАЦИЙ

Трушин С.М., Хохлачев В.С.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: t.stepan1999@gmail.com valentin.mycroft@yandex.ru

Многие задачи математического моделирования решаются с помощью итерационных процессов. Поскольку задача решается приближенно, каждый метод требует оценки погрешности. Одной из основных характеристик численного метода является скорость сходимости, которая определяет связь между погрешностями на двух последовательных итерациях. Она вводится следующим образом: $d_{k+1} \approx \text{const} \cdot d_k^p$, где d погрешность, p порядок скорости сходимости.

Для большинства численных методов характерна линейная сходимость [1]. В этом случае ошибка убывает пропорционально увеличению числа шагов сетки, то есть $\Delta = O(N^{-q})$, где q порядок точности. На сегодняшний день хорошо изучены способы оценки погрешности для методов с линейной скоростью сходимости. Для апостериорной оценки погрешности (т.е. не использующей информацию о точном значении искомой величины) существует метод Ричардсона.

В ряде случаев скорость сходимости значительно быстрее линейной, например, при использовании метода Ньютона в окрестности корня или при вычислении квадратур методом трапеций, с некоторыми дополнительными условиями на подынтегральную функцию [2]. Поведение погрешности в методе Ньютона в достаточно малой окрестности корня хорошо известно: $d_{k+1} \approx a d_k^2$. Такую сходимость назовём квадратичной. Аналогично можно определить кубическую сходимость. Данная работа посвящена способу оценки погрешности для численных методов со сверхлинейной сходимостью.

В работе получены апостериорные оценки погрешности для численных методов со сверхлинейной сходимостью, аналогичные оценке в методе Ричардсона. Показано, что эти оценки асимптотически точны. Построен алгоритм автоматического поиска регулярного участка кривой сходимости. Такая автоматизация принципиально важна для массовых расчетов [3].

Научные руководители: А.А. Белов, Н.Н. Калиткин

Работа поддержана грантом РФФИ № 18-01-00175.

Литература

1. Калиткин Н.Н., Алышина Е.А. Численные методы. Том. 1. Численный анализ. М., Академия. 2013.
2. Калиткин Н.Н., Колганов С.А. // Доклады академии наук, 2017, том 473, № 4, с. 401–403
3. Н. Н. Калиткин, Л. В. Кузьмина, Прецизионное вычисление кратных корней методом секущих с экстраполяцией // Матем. моделирование, 2011, том 23, номер 6, 33–58.

КВАДРАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА В ТРЁХМЕРНОМ СЛУЧАЕ

Федотова А.Д.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: nyonk@mail.ru

Как известно, при решении краевых задач для уравнения Лапласа и Гельмгольца используется метод сведения их к интегральным уравнениям по границе области [1]. Для этого решение ищется в виде потенциала простого или двойного слоя, либо в виде их линейной комбинации (также иногда используется угловой потенциал — в двумерном случае — и объёмный потенциал). Плотность потенциала находится из интегрального уравнения на границе области.

При приближённом вычислении потенциала простого слоя возникает следующая проблема. Ядро потенциала простого слоя является сингулярной функцией, т.е. стремится к бесконечности при стремлении точки x , в которой вычисляется потенциал, к поверхности Φ . В то же время сам потенциал простого слоя $V(x)$ непрерывен при переходе через поверхность Φ . Значит, если вычислять потенциал простого слоя с помощью дискретизации поверхности и стандартных квадратурных формул, то ошибка будет резко возрастать в случае, когда точка наблюдения x находится вблизи поверхности Φ (приближённое решение будет стремиться к бесконечности, в то время как точное решение конечно).

Избежать этой проблемы и получить равномерное в области D приближение потенциала простого слоя можно, если выделить главную (сингулярную) часть потенциала простого слоя и для неё посчитать интеграл точно на каждом участке дискретизации поверхности Φ . При этом главные части потенциала простого слоя для уравнения Лапласа и для уравнения Гельмгольца совпадают, поэтому полученные результаты можно использовать как при решении краевых задач для уравнения Лапласа, так и при решении краевых задач для уравнения Гельмгольца.

В двумерном случае указанный подход был реализован в [2], где были построены точные квадратурные формулы для решения задачи с косой производной для уравнения Лапласа вне разреза на плоскости. Примеры численных расчётов в [2] показывают, что эти формулы действительно позволяют достичь высокой точности равномерно во всей области.

В данной работе были получены квадратурные формулы для вычисления потенциала простого слоя и прямого значения нормальной производной потенциала простого слоя. Были проведены оценки максимальной погрешности этих формул и построены распределения значений и погрешностей в случае, когда поверхность, на которой задана плотность потенциала, является сферой единичного радиуса. Использовались различные функции плотности потенциала и различные значения параметров разбиения поверхности.

Литература

1. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. — М.: Изд-во МГУ, 2004. — 798 с.

2. P. A. Krutitskii, D. Y. Kwak, Y. K. Hyon. Numerical treatment of a skew-derivative problem for the Laplace equation in the exterior of an open arc. *Journal of Engineering Mathematics*. (2007) v. 59, p. 25–60.

АЛГОРИТМ ЗАЩИТЫ НАРУШЕНИЙ ВВОДА ИНФОРМАЦИИ С КОРРЕКЦИЕЙ КОНЕЧНОГО РЕЗУЛЬТАТА

Шабанова А.В.

Московский государственный областной университет, Москва, Россия

Аннотация. Ввод неправильной информации в диалоге «пользователь-машина» может быть преднамеренным или непреднамеренным. В любом случае необходимо «научить» систему, обслуживающую машину, понимать и распознавать ошибки с вводом информации и исправлять их.

Таким образом, цель работы состоит в разработке алгоритма защиты от нарушений ввода информации и коррекцией конечного результата. Для этого изучаются уже существующие и традиционные алгоритмы. Выявляются их достоинства и недостатки по отношению к поставленной задаче. В частности, аналогичная ситуация с выявлением ошибки ввода, распознаванием и её коррекцией часто наблюдается в наиболее примитивных ситуациях — в калькуляторах перевода из одной системы счисления (далее СС) в другую. Эта примитивность, в первую очередь, указывает на фундаментальность решаемой проблемы. Поэтому в представленной работе рассматриваются и разрабатываются пути решения основных ошибок, которые встречаются в Онлайн-Калькуляторах перевода СС, на основе уже существующих алгоритмов.

THE ALGORITHM OF PROTECTION AGAINST VIOLATIONS OF THE RULES OF INPUT INFORMATION AND CORRECTION OF THE FINAL RESULT

A. Shabanova

Moscow State Region University, ul. Radio 10A, 105005 Moscow, Russia

Abstract. Entering of incorrect information in the user-machine dialog may be intentional or unintentional. In any case, it is necessary to "teach" the system that serves the machine, to understand and to recognize errors with the input of information and to correct them.

Thus, the aim of the work is to develop an algorithm for protection against violations of input information and correction of the final result. For this purpose, existing and traditional algorithms are studied. Their advantages and disadvantages in relation to the task are revealed. In particular, a similar situation with the detection of input errors, recognition and its correction is often observed in the most primitive situations - in the calculators of translation from one number system (hereinafter NS) to another. This primitiveness, first of all, indicates the fundamental nature of the problem to be solved. Therefore, in the presented work are discussed and developed solutions to the major mistakes that are found in Online Calculators translation of the NS, on the basis of already existing algorithms.

Проблема неправильного ввода информации остро стоит перед пользователями. Они могут вводить некорректные данные по разным причинам. Ошибки могут быть допущены случайно или намеренно. В таком случае необходимо «научить» систему понимать ошибки и исправлять их. Система должна производить предварительную проверку корректности введенных данных [8, 4].

Ситуация с выявлением ошибки ввода, распознаванием и её коррекцией наблюдается на более примитивном уровне и потому, по-видимому, носит фундаментальный характер. Такая проблема наблюдается в калькуляторах перевода из одной системы счисления (далее СС) в другую, например, перевода из двоичной системы счисления в

восьмеричную. В представленной работе рассматриваются пути решения основных ошибок, которые встречаются в Онлайн-Калькуляторах перевода СС, на основе уже существующих алгоритмов.

Цель: разработать алгоритм защиты от нарушений правил ввода информации с коррекцией конечного результата на примере перевода из двоичной системы счисления в восьмеричную.

Условно, можно выделить две основные проблемы, с которыми встречаются калькуляторы перевода из одной системы счисления в другую.

Первая и основная проблема Онлайн-калькуляторов перевода из одной СС в другую заключается в том, что при неверном введении информации система не распознает ошибку и не выдает ответ. Существует три основных способа проверки ввода информации [6]:

- предотвращение некорректного пользовательского ввода;
- осуществление проверки ввода на корректность. Если проверка прошла успешно, то выполняется конвертация данных в переменную;
- при извлечении данных, параллельно создаются решения возможных ошибок.

Анализ работ по решению проблемы на разных языках программирования [6, 10, 1, 3], привёл к выводу, что лучше предотвратить ошибки в начале ввода информации: ограничить допустимые символы. Для определения допустимых символов ввода, необходимо ознакомиться с понятием «алфавит СС». Знаки, с помощью которых записываются числа, называются цифрами. Их совокупность называется алфавитом, а их количество — основанием системы счисления [4]. Это значит, что допустимыми символами в нашем случае является алфавит двоичной системы (рис. 1).

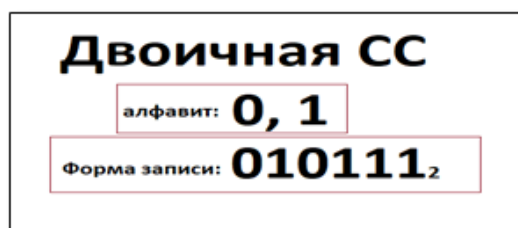


Рис. 1. Двоичная система счисления.

В PascalABC можно легко реализовать указанный алгоритм. Для этого необходимо ввести переменную символа и определить алфавит двоичной системы счисления (рис. 2).

```
if c in ['0','1'] then
begin
  write(c);
  s2:=s2+c;
end;
```

Рис.2. Алгоритм проверки символов.

Наиболее удобным алгоритмом перевода из двоичной СС в восьмеричную для реализации поставленной цели является **алгоритм**, напрямую преобразующий двоичное число в восьмеричное. Для этого необходимо разбить на группы по три цифры, справа налево, а затем преобразовать каждую группу в восьмеричную цифру с помощью Таблицы 1. Если в последней, левой, группе окажется меньше трех цифр, то необходимо ее дополнить слева нулями [8, 5].

Второй проблемой Онлайн-калькуляторов является выдача некорректного ответа. Например, при вводе 000000, (рис. 3), ответ выдает 00 в восьмеричной СС [1]. Для исправления этой ошибки, необходимо произвести преобразование переменной из строкового типа в числовой, в нашем случае целочисленный.

Таблица 1. Системы счисления

Основание системы счисления			
10	2	8	16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14

```
Введите двоичное число
000000
Ответ в восьмеричной:
00
```

Рис. 3. Выдача некорректного результата при вводе 000000.

Чтобы избавиться от ненужных(лишних) символов, используется процедура перевода из строкового типа в числовой, при выполнении операции, все "0", будут убраны. Для этого необходимо воспользоваться функцией `val` для перевода из одного типа данных в другой, (рис.4). Таким образом, осуществляется коррекция конечного результата, (рис. 5).

```
val(s8,k,b);
write('Число в 8 системе счисления: ', k);
readln
End.
```

Рис.4 . Коррекция конечного результата.

```
Перевод из 2 в 8.exe
Введите число в 2 системе счисления, и нажмите Enter:
000000000000
Делим введенное число на триады
000=0*4+0*2+0*1=0
000=0*4+0*2+0*1=0
000=0*4+0*2+0*1=0
000=0*4+0*2+0*1=0
Число в 8 системе счисления: 0
```

Рис. 5. Коррекция конечного результата при введении 000000000000.

Выводы.

В результате анализ основных алгоритмов реакции разных систем на некорректный ввод, был разработан алгоритм защиты от нарушений правил ввода информации с коррекцией конечного результата на примере калькулятора перевода из двоичной системы счисления в восьмеричную. Работа выполнена под руководством профессора Калашникова Е.В.

Литература

1. Cyberforum.ru/pascalabc/thread913916.html;
2. PaulEvans (перевод Андрея Киселева) «Защита от «дурака»»;
3. Validation and Error Handling in Angular JS. Applications Ruslan Chubатов. Доступ из ЭБС steelkiwi.com 2016 <https://steelkiwi.com/blog/validation-error-handling-angularjs-applications/>;
4. А.П. Стахов Роль систем счисления с иррациональными основаниями (кодов золотой пропорции) в развитии теории систем счисления, теории компьютеров и «современной теории чисел Фибоначчи» (к обоснованию «Математики Гармонии»);
5. Бююль А., Цёфель П. SPSS: Искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей: Пер. с нем. СПб.: ДиаСофтЮП, 2005. 608 с.;
6. Обработка некорректного ввода через std::cin Ворон Ю.В.2018 Доступ из ЭБС ravesli.com <https://ravesli.com/urok-72-obrabotka-nekorrektnogo-vvoda-cherez-std-cin/>;
7. Применение алгоритма нечетного поиска в PHP // habr.com: коллективный блог с элементами новостного сайта URL: <https://habr.com/post/115394/> (дата обращения: 20.12.18);
8. Сергей Борисович Гашков. Системы счисления и их применение. (Выпуск 29:). М.: МЦНМО, 2004. — 52 с.: ил.;
9. Способы проверки достоверности данных <https://www.intuit.ru/studies/courses/4455/712/lecture/21313>;
10. Хабибулин Ильдар Шаукатович Программирование на языке высокого уровня. C/C++.- СПб.: Санкт-Петербург, 2006.-512с.: ил. <https://books.google.ru>.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЙЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРЕ С РЕБРАМИ

Шушарин М.М., Евстафьев Е.Е.

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: nirashush1999@gmail.com

Рассматривается моделирование электромагнитного поля в безэховой камере [4]. Безэховая камера представляет собой экранированное помещение с покрытой радиопоглощающим материалом внутренней поверхностью, которое служит для экспериментального исследования дифракции и рассеяния электромагнитного поля на различных объектах. Для улучшения характеристик измерений нужно минимизировать отражённое поле от стен камеры и других вспомогательных объектов. Исследуемый объект помещается на опору (пилон) оживальной формы, содержащую ребра. Для минимизации искажений, вносимых пилоном, требуется детальный расчёт дифрагированного электромагнитного поля.

Для исследования дифрагированного поля использовались два подхода: проводилось численное решение соответствующей задачи электромагнитной дифракции посредством программы Altair FEKO [5,6], а также теоретическое исследование сингулярности электромагнитного поля в окрестности ребра пилонa с помощью метода построения асимптотического представления решения в окрестности особой точки границы, впервые предложенного В.А. Кондратьевым [2], так как хорошо известно [1], что

наличие рёбер на границе области приводит к возникновению сингулярностей у электромагнитного поля в их окрестности.

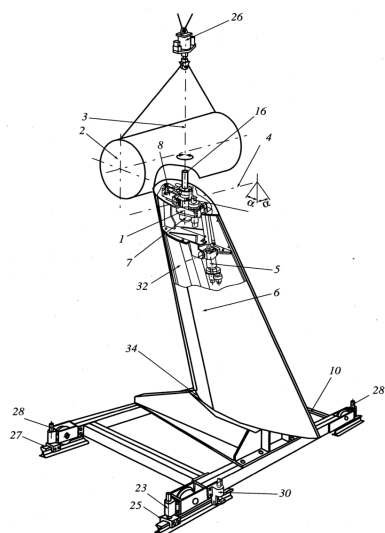


Рис. 1. Чертёж пилона

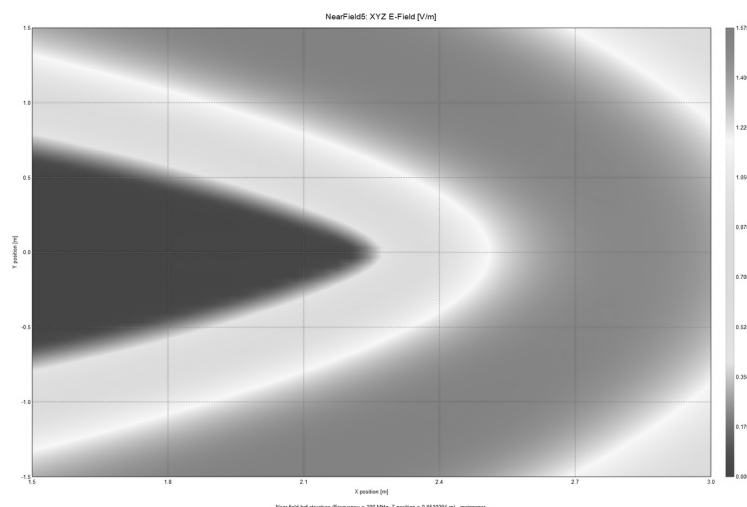


Рис. 2. Смоделированное поле

Для математической постановки задачи использовались следующие допущения: пилон считался бесконечным идеально проводящим оживальным цилиндром, сечением которого является двугольник (задачу в этом случае свести к двумерной). Рассматривалось падение плоской волны перпендикулярно оси цилиндра, при этом поляризованной таким образом, что электрическое поле направлено вдоль оси цилиндра. При указанных условиях задача дифракции может быть сведена к скалярному уравнению Гельмгольца для компоненты электрического поля, параллельной оси цилиндра [3]. Полное поле представлялось в виде суммы падающего и дифрагированного полей, для полного поля на поверхности пилон ставились условия идеальной проводимости, на бесконечности для дифрагированного поля — условия излучения Зоммерфельда. Для поставленной таким образом задачи справедлива теорема существования и единственности решения задачи дифракции [1].

Получены значения напряженности рассеянного электромагнитного поля, проведено сравнение сингулярной части поля в окрестности ребра, найденной в результате численного исследования задачи с помощью программы Altair FEKO и теоретически предсказанной на основе метода В.А. Кондратьева.

Литература

1. А.Г. Свешников, И.Е. Могилевский Избранные математические задачи теории дифракции. М. Физический факультет МГУ. 2012.
2. В.А. Кондратьев Красевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими или угловыми точками // Труды ММО. 1967. Т. 16. С. 209–292.
3. Б.М. Будаков, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов Сборник задач по математической физике. М. 2006.
4. Н.П. Балабуха, А.С. Зубов, В.С. Солосин Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов М. Наука. 2007.
5. В. К. Chung, С. Н. Teh, and Н. Т. Chuah MODELING OF ANECHOIC CHAMBER USING A BEAM-TRACING TECHNIQUE // PIER. 2004. V. 49. P. 23–38.
6. С.Е. Банков, А.А. Курушин Практикум проектирования СВЧ структур с помощью FEKO. М. ЗАО “НПП РОДНИК” 2009.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Intelligent simulator training system based on logical and dynamical model and knowledge base on construction, technology and operation units with VVER reactor.....	223
Abdulraheem K.K, Zaher.L.	
Один из подходов к применению асимптотического анализа для решения коэффициентных обратных задач для нелинейных сингулярно возмущенных параболических уравнений с кубической нелинейностью	224
Аргун Р. Л.	
Анализ временных рядов динамики концентрации CO ₂ методами математической статистики	224
Безрукова А.В., Алешновский В.С.	
Дифракция и локализация электромагнитного поля	226
Бекиров А.Р.	
Управление фильтрацией газа при разработке газовых месторождений с большим числом скважин.....	226
Божко Д.В.	
Выбор аргумента в задачах Коши с сингулярностями	228
Вальяников О.В.	
Исследование механизмов агрегации классов при адаптивном построении иерархического нейросетевого классификатора	230
Гаджиев И.	
Проблемы численного решения задачи квантово-механического рассеяния	231
Голда А. В.	
Использование методов асимптотического анализа для решения одной коэффициентной обратной задачи для двумерного нелинейного сингулярно возмущенного уравнения типа реакция-диффузия с данными о положении движущегося фронта	232
Григорьев В.Б.	
Математическое моделирование режимов работы системы противопаводковых гидроузлов при борьбе с наводнениями	233
Давыдов Р.В.	
Система периодических параболических уравнений с малым параметром, как модель сезонного изменения туристической активности	234
Дерюгина Н.Н.	
Методика Ричардсона для треугольных сеток	236
Долматов А.С.	
Форма огибающей волнового пакета в лазере MICRA 5	237
Зверев А.А.	
Исследование рядов динамики метеорологических показателей методами вейвлет-анализа	238
Зюзина Н.А.	
Численное моделирование распространения примеси в мелкой воде с применением регуляризованных уравнений.....	240
Иванов А.В.	
Исследование классической разрешимости уравнения, родственного уравнению Розенау-Бюргерса, на прямой и полупрямой	242
Каташева И.К.	
Расчет параметров поверхностных волн Блоха для магнито-фотонных кристаллов	243
Кирюшина Е.А., Жбанников С.О.	
Математическое моделирование безэховой камеры конической формы	244
Кузьмич Т.А.	
Исследование эффекта самокомпенсации ошибок в оптических покрытиях при широкополосном контроле напыления с возвратом свидетелей.....	245
Лагутин Ю.С.	
Исследование транспортной доступности Москвы методом разбиения Вороного	246
Макин Е.А., Темнова М.М.	

Конечномерные динамики второго порядка и точные решения уравнения Бюргерса-Хаксли	247
Матвийчук Р.И.	
Автоволновая модель изменения экономических показателей	249
Михеев Н.А.	
Периодические решения погранслоного типа в некоторых задачах моделирования процессов переноса антропогенных примесей в атмосфере.....	249
Давыдова М.А., Нечаева А.Л.	
Стационарные решения погранслоного типа нелинейной задачи о распространении тепла в неоднородном стержне	250
Давыдова М.А., Рублев Г.Д.	
Дипольные резонансы диэлектрического шара	251
Рыбина А.В.	
Регуляризованные уравнения вязкой несжимаемой жидкости и их реализация в открытом пакете OpenFOAM в задаче моделирования насоса для поддержки кровообращения.....	252
Стенина Т.В.	
Аналог метода Рундсона для сверхлинейно сходящихся итераций	254
Трушин С.М., Хохлачев В.С.	
Квадратурные формулы повышенной точности для вычисления потенциала для уравнения Гельмгольца в трёхмерном случае	255
Федотова А.Д.	
Алгоритм защиты нарушений ввода информации с коррекцией конечного результата.....	256
Шабанова А.В.	
Математическое моделирование рассеяния электромагнитной волны на цилиндре с рёбрами.....	259
Шушарин М.М., Евстафьев Е.Е.	