

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Председатели:

проф.. Жуковский Владимир Чеславович

проф. Поляков Петр Александрович

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ В РАСШИРЕННОЙ ТЕОРИИ ЧЕРНА–САЙМОНСА С ВЫСШИМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

Абакумова В.А.

Томский ГУ, физический факультет, Томск, Россия

E-mail: abakumova@phys.tsu.ru

Теории с высшими производными представляют собой важный класс моделей современной теоретической физики. Во многих случаях они обладают замечательными свойствами, например, обладают более широкой симметрией. Известная их сложность заключается в неустойчивости динамики. На классическом уровне это связано с тем, что каноническая энергия теории не ограничена снизу. На квантовом уровне неустойчивость проявляется как отсутствие хорошо определённого вакуумного состояния с наименьшей энергией.

В работах [1, 2] было показано что широкий класс теорий с высшими производными допускает ограниченные законы сохранения, которые могут рассматриваться как альтернативные энергии модели и способны стабилизировать динамику. Настоящая работа посвящена построению законов сохранения и анализу устойчивости расширенной теории Черна–Саймонса [3].

Рассматривается наиболее общая калибровочно-инвариантная расширенная теория Черна–Саймонса произвольного конечного порядка n , описываемая функционалом действия

$$S[A(x)] = \frac{1}{2} \int * A \wedge \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k m^{2-k} (*d)^k A \right), \quad *dA = \varepsilon_{\mu\nu\rho} \partial^\mu A^\nu dx^\rho, \quad \varepsilon_{012} = 1 \quad (1)$$

на трёхмерном пространстве Минковского. Здесь m – постоянная, имеющая размерность массы, вещественные числа $\alpha_1, \dots, \alpha_n, \alpha_n \neq 0$, – параметры модели, $*$ – оператор Ходжа, d – дифференциал де Рама. Расширения теории порядка 3 и 4 рассматривались в работах [4,5].

Можно показать, что теория (1) допускает $(n-1)$ -параметрическое семейство сохраняющихся тензоров, и 00-компонента наиболее общего представителя данного семейства может быть записана в виде

$$T_{00}(\alpha, \beta) = \sum_{r,s=1}^{n-1} C_{r,s}(\alpha, \beta) F_\mu^{(r)} F_\mu^{(s)}, \quad (2)$$

где

$$F_\mu^{(r)} = \left((m^{-1} *d)^r A \right)_\mu, \quad r = 0, \dots, n-1, \quad (3)$$

суммирование по повторяющемуся на одном уровне индексу подразумевается, $C_{r,s}$ представляет собой матрицу, зависящую от параметров $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ теории и $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ – параметров семейства законов сохранения. Каноническая энергия определяется значениями параметров $\beta_1 = 1, \beta_2 = \dots = \beta_n = 0$ и не ограничена снизу. Величина (2) представляет собой квадратичную форму переменных (3) и является положительно определённой, то есть теория (1) – устойчивой, если матрица $C_{r,s}(\alpha, \beta)$ по-

ложительно определена. С точки зрения теории представлений, условие устойчивости требует, чтобы расширенная теория Черна–Саймонса описывалась унитарным представлением группы Пуанкаре [6].

Существование в теории ограниченных законов сохранения делает возможным построение гамильтонова формализма с ограниченным гамильтонианом, который может привести к устойчивой квантовой теории, а также включение взаимодействий, согласованных с требованиями устойчивости [7,8]. Аналогичные результаты могут быть получены для широкого класса теорий с высшими производными, а именно теорий производного типа [8].

Литература

1. Kaparulin D.S., Lyakhovich S.L., Sharapov A.A., Classical and quantum stability of higher derivative dynamics // Eur. Phys. J. C., 2014, Vol. 74, p. 3072.
2. Капарулин Д.С., Ляхович С.Л., О стабильности нелинейного осциллятора с высшими производными // Изв. вузов. Физика, 2014, Т. 57, № 11, С. 96–99.
3. Deser, S. Jackiw R., Higher derivative Chern-Simons extensions // Phys. Lett. B., 1999, Vol. 451, pp. 73–76.
4. Abakumova V.A., Kaparulin D.S., Lyakhovich S.L., Multi-Hamiltonian formulations and stability of higher-derivative extensions of 3d Chern-Simons// Eur. Phys. J. C., 2018, Vol. 78, p. 115.
5. Абакумова В.А., Капарулин Д.С., Ляхович С.Л., Ограниченный гамильтониан в расширенной теории Черна–Саймонса 3-го и 4-го порядков // Изв. вузов. Физика, 2017, Т. 60, № 12, С. 40–47.
6. Kaparulin D.S., Karataeva I. Yu., Lyakhovich S.L., Higher derivative extensions of 3d Chern-Simons models: Conservation laws and stability // Eur. Phys. J. C., 2015, Vol. 75, p. 552.
7. Абакумова В.А., Капарулин Д.С., Ляхович С.Л., Устойчивые взаимодействия между расширенной теорией Черна–Саймонса и заряженным скалярным полем с высшими производными: гамильтонов формализм // Изв. вузов. Физика, 2019, Т. 62, № 1, С. 13–21.
8. Abakumova V.A., Kaparulin D.S., Lyakhovich S.L., Stable interactions in higher derivative field theories of derived type // arxiv:1811.10019 [hep-th] – to appear in Phys. Rev. D.

ПРОЦЕСС ИНКЛЮЗИВНОГО РОЖДЕНИЯ $Y(3S)$ НА КОЛЛАЙДЕРЕ LHC В РАМКАХ КТ-ФАКТОРИЗАЦИОННОГО ПОДХОДА КХД

Абдулов Н.А.¹, Липатов А.В.^{2,3}

¹ МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

² МГУ имени М.В.Ломоносова, НИИЯФ им. Д.В.Скобельцына, Москва, Россия

³ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия

E-mail: nizami.abdulov@gmail.com

Целью исследований является изучение процесса инклюзивного рождения $Y(3S)$ при энергиях коллайдера LHC в рамках kt -факторизационного подхода квантовой хромодинамики (КХД). Этот подход основан на уравнениях эволюции типа BFKL и позволяет учесть (в виде TMD партонных распределений) вклады в сечение рассматриваемого процесса больших логарифмических вкладов, пропорциональных $\ln s \sim \ln 1/x$, которые являются существенными при высоких энергиях [1, 2].

В докладе представлены результаты вычислений полных и дифференциальных сечений, а также поляризационных наблюдаемых $Y(3S)$. В расчетах учитывались вклады как синглетных, так и октетных по цвету вкладов. Для описания перехода октетных состояний в наблюдаемый боттомоний использован дипольный механизм [3], приводящий к деполяризации конечных частиц в области больших поперечных импульсов. Определены численные значения непертурбативных матричных элементов различных

октетных состояний и достигнуто хорошее согласие результатов расчетов с последними экспериментальными данными, полученными коллаборациями CMS, ATLAS и LHCb при энергиях 7, 8 и 13 TeV.

Литература

1. L. V. Gribov, E. M. Levin, and M. G. Ryskin, Phys. Rep.100,1 (1983); E. M. Levin, M. G. Ryskin, Yu. M. Shabelsky, and A. G. Shuvaev, Sov. J. Nucl. Phys.53, 657 (1991)
2. S. Catani, M. Ciafaloni, and F. Hautmann, Nucl. Phys. B366, 135 (1991); J. C. Collins and R. K. Ellis, Nucl. Phys. B360, 3 (1991)
3. S.P. Baranov, Phys. Rev. D93, 054037 (2016)

МОДЕЛЬ ГЕНЕЗИСА В ТЕОРИИ ХОРНДЕСКИ

Агеева Ю.А.^{1,2}, Евсеев О.А.^{1,2}, Меличев О.И.³, Рубаков В.А.^{1,2}

¹МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

²Институт Ядерных Исследований РАН, Москва, Россия

³SISSA (International School for Advanced Studies), Trieste, Italy

E-mail: ageeva@inr.ac.ru

Теория Хорндески [1] или обобщенная скалярно-тензорная теория (такие теории также носят название теории обобщенного галилеона) представляет особый интерес, поскольку дает возможность работать с теорией, обладающей свойствами, нехарактерными для классических скалярных полей. В частности, галилеонное поле способно, не создавая ни духовых, ни градиентных неустойчивостей, нарушать изотропное условие энергодоминантности [2] (Null Energy Condition, NEC). За счёт этого свойства есть теоретическая возможность создания несингулярных космологических сценариев (таких как модель отскока, Генезис и т. п.)

В работе рассмотрены теории с лагранжианом $L = G_2(\varphi, X) - G_3(\varphi, X)\Delta\varphi + G_4(\varphi)R$, , где φ скалярное поле, $X = -0,5g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi$, $\Delta\varphi = g^{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi$, G_2 , G_3 и G_4 – произвольные функции.

В работе [3] было отмечено, что одним из возможных сценариев Генезиса, свободным от неустойчивостей во все космологические эпохи, является тот, в котором, на первый взгляд, возникает режим сильной связи на очень ранних временах и поэтому отпадает возможность описывать систему доступными классическими методами. Мы рассматриваем этот вопрос, чтобы убедиться, что классическое полевое описание эволюции Вселенной в эти ранние времена всё же возможно. Утверждается, что, несмотря на то, что эффективная масса Планка стремится к нулю в далеком прошлом (что и является наивным сигналом о возникновении сильной связи в теории), классический анализ является законным в определённом диапазоне параметров выбранного нами лагранжиана [4].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-22-00161.

Литература

1. G. W. Horndeski, Int. J. Theor. Phys. 10, 363 (1974).
2. V. A. Rubakov, Phys. Usp. 57, 128 (2014) [Usp. Fiz. Nauk 184, no. 2, 137 (2014)] doi:10.3367/UFNe.0184.201402b.0137 [arXiv:1401.4024 [hep-th]].
3. T. Kobayashi, Phys. Rev. D 94, no. 4, 043511 (2016) doi:10.1103/PhysRevD.94.043511 [arXiv:1606.05831 [hep-th]].
4. Y. Ageeva, O. Evseev, O. Melichev and V. Rubakov, “Horndeski Genesis: strong coupling and absence thereof,” EPJ Web Conf. 191 (2018) 07010. [arXiv:1810.00465 [hep-th]].

SIGMA MODEL IN 16-SPINOR NONLINEAR FIELD MODEL

Albaidhani Ahmed.K

Peoples Friendship University Of Russia, Moscow
ahmedkamikh@mail.ru

1. Introduction

In the first Skyrme model (1954) [1] the topological charge Q has been interpreted as the baryon number B, The second model (Faddeev, 1972) [2] Hopf invariant Q_H interpreted as lepton number L and it played the role of the generator of the homotopy group, $\pi_3(S^2) = \mathbb{Z}$ in Faddeev model. To unify Faddeev model (or Skyrme model) we introduce 16-spinor field: $(\Psi = \Psi_1 \oplus \Psi_2, \lambda_i = I_4 \otimes \sigma_i \otimes I_2)$ $\Psi_i, i = 1, 2$ being 8-spinor and σ stands for Pauli matrices for each 8-spinor Ψ the following Brioschi identity form:

$$j^\mu j_\mu - \tilde{j}^\mu \tilde{j}_\mu = a^2 + p^2 + v^2 + s^2$$

In this work we construct a Lagrangian density of our model, that is corresponding with Skyrme and Faddeev models:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2\lambda^2} \overline{\nabla_\mu \Psi} \gamma^\nu j_\nu \nabla^\mu \Psi + \frac{\epsilon^2}{4} f_{\mu\nu} f^{\mu\nu} - V$$

Where V Higgs potential, (λ^2, ϵ^2) are constant parameters of the model, G Newton gravitational constant, K Kretschman invariant and ∇_ν interaction of spinor with the gravitational spinor field, Our aim in this work to simplified Lagrangian density by find lepton number and gravitation connection Γ_μ .

2. Lepton number:

Lepton number Q_H playing the role of the lepton charge in our model. We using the Whitehead integral to find the Hopf invariant:

$$Q_H = \frac{1}{(4\pi)^2} \int d^3x (c \text{rot } c)$$

we can found from defiition of the vector $V = \overline{\Psi} \lambda \Psi$, We can calculate the structure of vector which determining S^2 - manifold for lepton sector:

3. Spinor interaction:

Now let us introduce metric in geometric Toroidal coordinates, At small distance our metric has form

$$ds^2 = (a + r \sin\theta)^2 dt^2 - (dr^2 + r^2 d\theta^2 + (a + r \sin\theta)^2 d\phi^2),$$

the solution of Spinor interaction as a function of ϕ can be written as

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & e^{-\phi} \\ e^{-\phi} & 0 \end{bmatrix} \otimes \sigma_3 \otimes I_4$$

3. Conclusion:

Proposed Whitehead integral to find lepton number and found value of spinor interaction Γ_0

References

[1] Skyrme T.H.R. A nonlinear field theory // Proc. Roy. Soc. London A 260. -1961 - P. 127.
[2] Faddeev L.D. Quantization of solitons. Preprint IAS print -7SQS70, 1975.
[3] Manton N. S. // Comm. Math. Phys. 111. -1987. - Pp. 469-478.

БИСТАБИЛЬНОСТЬ В КВАНТОВОМ НЕЛИНЕЙНОМ ОСЦИЛЛЯТОРЕ

Аникин Е.В.

*Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия
evg.anikin@mail.ru*

Бистабильность – это явление, проявляющееся в одновременном наличии нескольких устойчивых состояний динамической системы. Простейший пример такой системы – это нелинейный осциллятор, резонансно возбуждаемый внешней силой. Если резонансная частота осциллятора зависит от амплитуды его колебаний, то при частоте внешней силы, близкой к резонансной, возможны два устойчивых стационарных состояния осциллятора: с большей и меньшей амплитудой. Модель нелинейного осциллятора хорошо описывает резонансный отклик на внешнее поле многих физических систем [1], [2]. Представляет интерес неравновесная статистика и кинетика этих систем с учётом диссипации и шума, в частности, относительная заселённость стационарных состояний и скорость флуктуационных переходов между ними.

В данной работе исследуется неравновесная статистика и кинетика нелинейного осциллятора с учётом квантовых эффектов в модели Друммонда–Уоллса [3]. Основным теоретическим инструментом является квантовое управляющее уравнение на матрицу плотности, учитывающее внешнее поле и взаимодействие с диссипативным окружением. Аналитическими и численными методами показано, что в пределе больших чисел заполнения, высоких температур и в пренебрежении туннельными эффектами квантовое управляющее уравнение даёт те же результаты для стационарной функции распределения и скорости релаксации, что и уравнение Фоккера–Планка, выведенное для классического нелинейного осциллятора с ланжевеновским шумом [4]. Однако, обнаружено существенное отличие функций распределения и скорости релаксации квантового осциллятора от классического в случае низких температур, а также в случае точного многофотонного резонанса при очень слабой связи с диссипативным окружением. Таким образом, для модели нелинейного осциллятора во внешнем поле изучен переход между классическим и квантовым пределами.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 19-02-00087 и 18-29-20032. Автор выражает благодарность своим научным руководителям Гиппиусу Николаю Алексеевичу и Масловой Наталье Сергеевне.

Литература

1. P. R. Muppalla, O. Gargiulo, S. I. Mirzaei, B. P. Venkatesh, M. L. Juan, L. Grunhaupt, I. M. Pop, and G. Kirchmair, *Phys. Rev. B* 97, 024518 (2018)
2. S. Rodriguez, W. Casteels, F. Storme, N. C. Zambon, I. Sagnes, L. Le Gratiet, E. Galopin, A. Lemaître, A. Amo, C. Ciuti, et al., *Phys. Rev. Lett.* 118, 247402 (2017)
3. P. D. Drummond and D. F. Walls, *J. of Physics A: Mathematical and General* 13, 725 (1980)
4. N. S. Maslova, R. John, and N. A. Gippius, *JETP Letters* 86, 126 (2007)

ПОВЕДЕНИЕ УРОВНЕЙ АТОМАРНОГО N НАД ПЛОСКОСТЬЮ ПРИ ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ "НЕВЫЛЕТАНИЯ"

Артюкова С.А.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: s.artukova@physics.msu.ru*

Поведение атомного гелия и иона He^+ в полупространстве с плоской границей изучалось экспериментально [1,2]. Было показано, что сдвиг уровня при этом зависит не

только от расстояния до границы (что можно описать условием Дирихле), но и от кристаллической структуры вещества (Al и благородные металлы), которое формирует эту границу. Условие Дирихле принципиально не может учитывать эффекты, связанные с характером взаимодействия атома с кристаллической структурой вещества. В то же время общие граничные условия “невыветания” (то есть граничные условия третьего рода) позволяют поставить задачу в более широком смысле, при этом, не подразумевая зануление волновой функции электрона на границе.

В настоящей работе в адиабатическом приближении рассматривается поведение атома водорода, находящегося в полуограниченном объеме $z \geq 0$ с плоской границей $z = 0$ на высоте h . Электронная волновая функция подчиняется общему граничному условию “невыветания” электрона за пределы объема (третьего рода, или Робина) с параметром λ , который описывает характер взаимодействия с границей и внутренним полупространством $z \leq 0$:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \lambda \right) \Big|_{z=0} \psi = 0$$

В частных случаях граничных условий Дирихле ($\lambda \rightarrow \infty$) и Неймана ($\lambda = 0$) анализ реконструкции энергетических уровней при приближении атома к плоскости основан на точных аналитических решениях задачи в терминах обобщенных сфероидальных кулоновских функций [3]. Если при условии Дирихле атом будет отталкиваться от плоскости, то при условии Неймана атом будет занимать равновесное положение на некотором конечном расстоянии от плоскости. При этом с увеличением расстояния до плоскости уровни основного состояния монотонно стремятся к своим асимптотическим значениям, соответствующим уровням свободного H (Рис 1). При стремлении атома к плоскости в случае условий Дирихле основное $1s$ состояние атома переходит в $2p$ -уровень с квантовыми числами 210 , первое возбужденное $2s$ в $4f$ с числами 430 , и т.д. При условии Неймана вся картина трансформации уровней существенно меняется, все три возбужденных уровня $2s$, $2p$ $m = 0, m = \pm 1$ пересекаются и в каждом из этих случаев минимум энергии уровня достигается при некотором конечном расстоянии до плоскости. Последнее обстоятельство отражает тот факт, что при условии Неймана взаимодействие между атомным электроном и границей фактически отсутствует, и атому становится энергетически выгодно оказаться в состоянии “парения” над плоскостью на некоторой конечной высоте.

В случае общих граничных условий (третьего рода) не существует точного решения, поэтому исследование проводится с помощью вариационных оценок и прямого численного счета. Режим “парения”, который наблюдается при $\lambda = 0$, также наблюдается и при ненулевых значениях λ . При произвольном параметре λ (кроме частных случаев $\lambda=0, \infty$) отсутствует аналитическое решение уравнения Шредингера, поэтому задача решается с помощью численного счета, а полученные результаты сравниваются с вариационными оценками.

Прямой численный анализ позволяет проследить поведение уровней при больших значениях h , что представляет интерес, так как для данной задачи существует два типа асимптотик. Если электрон взаимодействует с ядром сильнее, чем с плоскостью, то при $h \rightarrow \infty$ он локализуется в окрестностях ядра, а в качестве асимптотического значения выступает энергия соответствующего уровня энергии свободного атома. При этом выход на асимптотику имеет экспоненциальный характер [4],[5]. В случае, когда доминирует взаимодействие с плоскостью, в пределе $h \rightarrow \infty$ электрон локализуется в окрестностях плоскости, а асимптотика уровня будет иметь степенной характер с предельным значением $-\lambda^2/2$, как это происходит в случае атома, расположенного в центре сферической полости асимптотически большого радиуса [6], [7]. Следует отметить, что разница между вариационным методом и численными расчетами растёт тем быстрее, чем меньше значение параметра λ .

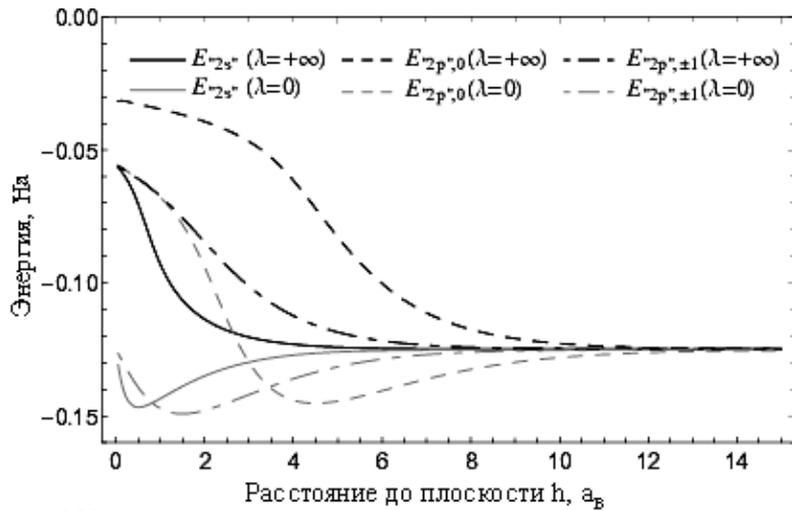


Рис. 1. Зависимость различных уровней энергии E от расстояния h до плоскости. Черный цвет соответствует граничному условию Дирихле, оранжевый цвет - условию Неймана

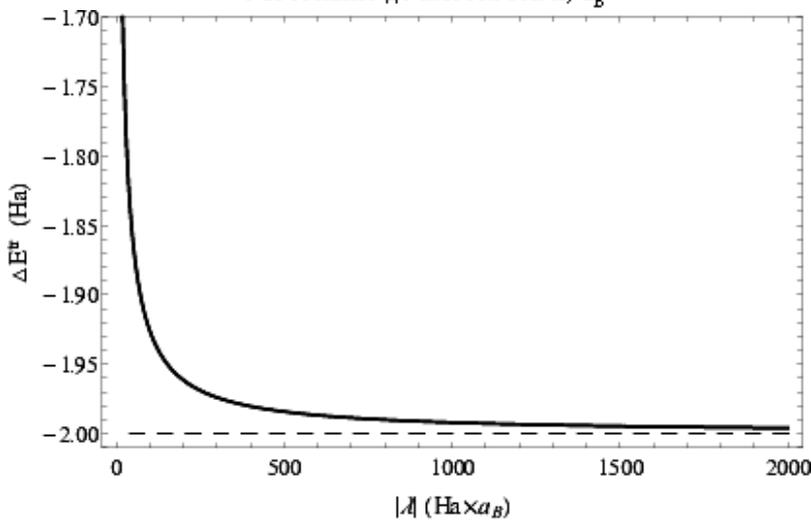


Рис. 2 Зависимость разности энергии основного состояния при $h \rightarrow \infty$ и $h \ll a_B$ от модуля отрицательного параметра λ

Для больших отрицательных значений λ можно заметить, что минимум энергии оказывается достаточно близко к границе, т.е. электронная волновая функция локализована в окрестности плоскости. В этом случае численные расчеты оказываются трудоемкими, и становится удобнее воспользоваться вариационным методом, основываясь на следующем рассуждении: при больших значениях λ (т.е. при сильном взаимодействии с границей) электронная волновая функция должна выглядеть как “капля”, частично распространенная на плоскость:

$$\psi_{ground}^{tr} = N^{-\frac{1}{2}} \exp(-|\lambda|z - \sigma r)$$

При таком выборе пробной функции получается, как можно заметить из Рис.2, что основное состояние такой системы при $h \ll a_B$ лежит более чем на 2 eV ниже своего асимптотического значения при $h \rightarrow \infty$. Стоит отметить, что в более реалистичной ситуации важную роль должна играть шероховатость поверхности, так как она определяет, насколько близко атом может приблизиться к границе и, одновременно, влияет на величину λ .

Литература

1. S. Wethekam, D. Vald'es, R. C. Monreal, and H. Winter Phys. Rev. B 78, 075423 (2008).
2. R. Monreal, D. Goebel, D. Primetzhofer, and P. Bauer Nucl. Instr. and Methods in Phys. Research B 315, 206(2013), 25th Int. Conf. on Atomic Collisions in Solids (ICACS-25).
3. И.В. Комаров, Л.И. Пономарев, С.Ю. Славянов “Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции”, Издательство “Наука”, Москва, 1976
4. Sveshnikov K.A., Tolokonnikov A.V. Moscow University Physics Bull. 68 (2013) 13.

5. Svешnikov K.A., Roenko A.A. Phys.Part.Nucl.Lett. 10 (2013) 398-409.
6. Svешnikov K.A. Theor. Math. Phys. 176 (2013) 1044-1066.
7. Svешnikov K., Roenko A. Physica B: Cond. Mat. 427. (2013). 118-125.

ОГРАНИЧЕНИЕ НА ДИФФУЗИОННЫЙ ПОТОК НЕЙТРИНО СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В ТЕОРИИ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОТ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Асташенков М.О.

МГУ имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

E-mail: mixa.astah@yandex.ru

Нейтрино сверхвысоких энергий (10^{18} эВ и выше) играют важную роль в современной астрофизике, так как они напрямую связаны с механизмами образования космических лучей (КЛ) сверхвысоких энергий. Недавно нейтринным телескопом IceCube было зафиксировано несколько нейтрино высоких энергий от идентифицированного источника – квазара [3]. Этот факт подтверждает гипотезу, что космические лучи сверхвысоких энергий могут образовываться в астрофизических объектах с сильными магнитными полями. Впервые астрофизические космические нейтрино с энергией нескольких ПэВ были зарегистрированы этим же детектором в 2014 году [2].

Нейтрино с энергией 10^{17} эВ и выше могут быть зарегистрированы детекторами, регистрирующие широкие атмосферные ливни, образующиеся в результате взаимодействия нейтрино с атмосферой. Крупнейшим из них является детектор КЛ Pierre Auger Observatory (РАО) [4]. Поиск нейтрино на нем ведется в квазигоризонтальных ливнях, а также в ливнях, вызванных тау-нейтрино, падающими под малыми отрицательными углами к горизонту.

За 9 лет работы детектора РАО им не было зафиксировано ни одного нейтрино сверхвысоких энергий. Исходя из этого, коллаборация получила ограничение сверху на диффузионный поток нейтрино в интервале энергий $10^{17} - 2.5 \cdot 10^{19}$ эВ [1]. При этом предполагалось, что нейтрино взаимодействует в рамках Стандартной модели (СМ).

Одной из самых актуальных проблем физики высоких энергий является выход за рамки СМ. Одна из таких возможностей – теория с дополнительными измерениями пространства-времени. Сама возможность наличия дополнительных измерений мотивируется теорией суперструн, которая является согласованной лишь в 10 измерениях. Поиск эффектов от дополнительных измерений интенсивно ведется на Большом адронном коллайдере, но пока были получены лишь ограничения на параметры моделей. Рассеяние нейтрино сверхвысоких энергий является хорошей альтернативной возможностью для поиска таких эффектов в силу малости нейтринных сечений в СМ.

В ходе данной работы были вычислены сечения рассеяния нейтрино на нуклоне в рамках теории с дополнительными измерениями с плоской метрикой в зависимости от числа дополнительных размерностей и фундаментальной гравитационного масштаба, - аналога массы Планка для многомерного случая. Оценена ожидаемая экспозиция детектора РАО. Как основной результат, впервые получено ограничение на диффузионный поток космических нейтрино сверхвысоких энергий с учетом эффектов от дополнительных размерностей [4, 5].

Литература

- [1] Aab A. et al. (Pierre Auger Collaboration), Improved limit to the diffuse flux of ultrahigh energy neutrinos from the Pierre Auger Observatory // Phys. Rev. D 91, 092008 (2015).
- [2] Aartsen M. G. et al. (IceCube Collaboration), Observation of High-Energy Astrophysical Neutrinos in Three Years of IceCube Data, // Phys. Rev. Lett. 113, 101101 (2014).

[3] Aartsen M. G. et al. (IceCube Collaboration), Multi-messenger observations of a flaring blazar coincident with high-energy neutrino IceCube-170922A // Science 361, no. 6398, eaat1378 (2018).

[4] Abraham J. et al. (Pierre Auger Collaboration) Properties and performance of the prototype instrument for the Pierre Auger Observatory // Nucl. Instrum. Meth. A 523, 50 (2004).

[5] [Astashenkov M. O.](#), [Kisselev A. V.](#), Bound on a diffuse flux of ultrahigh energy neutrinos in the Arkani-Hamed-Dimopoulos-Dvali model // Phys. Rev. D [98.123009](#) (2018).

[6] Astashenkov M., Kisselev A., Bound on a flux of ultra-high energy neutrinos in a scenario with extra dimensions // EPJ Web of Conferences 191, 08010 (2018).

ОСОБЕННОСТИ РАЗДЕЛЕНИЯ ФАЗ В СПИН-ПСЕВДОСПИНОВОЙ МОДЕЛИ

Бенсегиер Х.

Уральский ФУ им. первого президента России Б.Н. Ельцина,
Институт естественных наук и математики, Екатеринбург, Россия

E-mail: kyoutoch@gmail.com

Одна из основных проблем физики высокотемпературных сверхпроводящих купратов – это сосуществование и конкуренция спинового, сверхпроводящего и зарядового упорядочения.

В этой работе в рамках упрощенной статической модели мы исследуем конкуренцию магнитного и зарядового порядка в купратах, которые являются наиболее используемыми материалами для изучения ВТСП в течение последних лет.

В работе [1] было показано, что уникальные свойства ВТСП купратов можно связать с переходом с переносом заряда в центрах CuO_4 в плоскостях CuO_2 . Это подразумевает учет 3-х многоэлектронных валентных состояний $\text{CuO}_4^{5-,6-,7-}$ (номинально $\text{Cu}^{1+,2+,3+}$) как компонентов псевдоспинового $S = 1$ триплета с $M_s = -1, 0, +1$.

Гамильтониан системы учитывает зарядовые корреляции на узле (Δ), между узлами (V), и спиновой обмен (J) в форме взаимодействия Изинга:

$$\mathcal{H} = \Delta \sum_i S_{zi}^2 + V \sum_{\langle ij \rangle} S_{zi} S_{zj} + J \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_{zi} \sigma_{zj} + \mu \sum_i S_i.$$

Здесь суммирование идет по узлам двумерной квадратной решетки, $\langle ij \rangle$ – ближайшие соседи. Оператор $\sigma_{zi} = \frac{P_{0i} S_{zi}}{S}$, где $P_0 = 1 - S_z^2$ – оператор проекции на состояние с $M_s = 0$ (оператор спиновой плотности) s_{zi} – z компонента оператора спина $\mathbf{s} = \frac{1}{2}$. Слагаемые с химическим потенциалом (μ) необходимы для учета условия постоянства заряда: $\sum_i S_i = n \cdot N = \text{const}$, где n – концентрация заряда.

В работе [2] показано, что в случае “сильного” спинового обмена ($J > V$) наблюдается макроскопическое разделение фаз: в антиферромагнитной фазе (при $\Delta > 0$) заряженные немагнитные примеси собираются в “каплю”.

Чтобы исследовать особенности этого перехода, мы провели расчет температурной зависимости сжимаемости $\alpha = \frac{\partial \mu}{\partial n}$. В работе проводим сравнение результатов численных расчетов классическим методом Монте-Карло с аналитическими результатами в рамках среднего поля.

Литература

1. Budrin, K., Panov, Y., Moskvina, A. and Chikov, A. (2018). Unconventional phase separation in the model 2D spin-pseudospin system // EPJ Web of Conferences, 185, p.11006.

2. Panov, Y., Ulitko, V., Budrin, K., Chikov, A. and Moskvina, A. (2019). Phase diagrams of a 2D Ising spin-pseudospin model // Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 477, pp.162-166.

ПОЛУЧЕНИЕ НОВЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ РЕШЕНИЙ В СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ С МИНИМАЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ

Богуш И.А.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: igbogush@gmail.com

Теория гравитации Эйнштейна со скаляром с минимальной связью (1) интересна не только как независимая модель, но и при рассмотрении таких теорий, как теория Бранса-Дикке [1], модель Эйнштейна с антисимметричной p -формой и дилатоном [2]. В частности, модель Эйнштейна-Максвелла с дилатоном может рассматриваться как эффективная модель в теории струн [3], супергравитации и теории Калуцы-Клейна [4,5]. Решения модели (1) удовлетворяют полевым уравнениям движения соответствующих теорий. Поэтому, знание структуры решений теории гравитации со скаляром помогает изучать более сложные и фундаментальные теории с большим количеством динамических переменных.

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \{ R - 2g^{\mu\nu} (\partial_\mu \phi)(\partial_\nu \phi) \} \quad (1)$$

Сферически симметричное статичное решение с независимыми массой и скалярным зарядом было найдено независимо Фишером [6] и Джанисом, Ньюменом, Виникуром [7]. Это решение обладает сингулярным, но проникаемым горизонтом событий. Однако, точное вращающееся обобщение решения до сих пор найдено не было. Единственным известным вращающимся асимптотически-плоским точным решением с нетривиальным скалярным полем является вращающееся обобщение решения Пенни [8], которое можно интерпретировать как вращающийся диск с распределённым скалярным зарядом и массой.

В нашей работе было сгенерировано статичное обобщение решений Фишера и Зипой-Вурхиса [9,10]. Для генерации решения использовалась $SO(2)$ симметрия таргет-пространства гравитационного и скалярного потенциалов при отсутствующем твистер-потенциале. При определённом выборе параметра Зипой-Вурхиса δ , решение позволяет провести процедуру генерации вращения [11]. Для генерации вращения, теория была расширена до теории Эйнштейна-Максвелла со скаляром, которая обладает $SU(2,1) \times R$ симметрией. Поле Максвелла, полученное в результате процедуры генерации, является тривиальным, что позволяет вернуться обратно в теорию без поля Максвелла. Аналогично вращающейся версии решения Пенни, полученное в работе решение (2) имеет вид метрики Керра с конформно преобразованным подпространством (r, θ) :

$$\begin{aligned} ds^2 &= -f(dt - \omega d\varphi)^2 + f^{-1}h_{ij}dx^i dx^j, \\ h_{ij}dx^i dx^j &= e^{2\gamma} \left[\frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{\Delta} dr^2 + (\Delta - a^2 \sin^2 \theta) d\theta^2 \right] + \Delta \sin^2 \theta d\varphi^2 \\ f &= \frac{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}{r^2 + a^2 \cos^2 \theta}, \quad \omega = -\frac{2aMr \sin^2 \theta}{\Delta - a^2 \sin^2 \theta}, \quad \Delta = r(r - 2M) + a^2, \\ \gamma &= \frac{\Sigma^2}{2(M^2 - a^2)} \ln \frac{\Delta}{\Delta + (M^2 - a^2) \sin^2 \theta}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\phi = \phi_{\infty} + \frac{\Sigma}{2\sqrt{M^2 - a^2}} \ln \frac{r - M + \sqrt{M^2 - a^2}}{r - M - \sqrt{M^2 - a^2}},$$

где Σ – скалярный заряд, M – масса, a – керровский параметр вращения. Как и в решении Фишера, скаляр Риччи расходится на горизонте событий. Кроме того, решение обладает кольцевой керровской сингулярностью, как и следовало ожидать. Экстремальный предел решения имеет нетривиальный вид (3)

$$\gamma = -\frac{\Sigma^2 \sin^2 \theta}{2(r - M)^2}, \quad \phi = \phi_{\infty} + \frac{\Sigma}{r - M}. \quad (3)$$

Кроме того, в работе удалось объединить полученное вращающееся решение и решение Пенни в новое наиболее общее вращающееся решение.

Полученный результат проливает свет на структуру вращающихся решений в теории Эйнштейна со скаляром и предлагает новый путь дальнейшего изучения решений с независимыми массой, скалярным зарядом и угловым моментом при произвольном параметре Зипоя-Вурхиса δ в пертурбативном режиме.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта 17-02-012999а.

Литература

- [1] V. Faraoni, E. Gunzig, *Int. J. Theor. Phys.* **38** (1999) 217-225
- [2] D.V. Gal'tsov, O.A. Rytchkov, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 122001
- [3] G.T. Horowitz, A. A. Tseytlin, *Phys. Rev. D* **51** (1995) 2896-2917
- [4] M. Cvetič, D. Youm, *Nucl. Phys. B* **438** (1995) 182-210
- [5] G. W. Gibbons, M. J. Perry, *Nucl. Phys. B* **248** (1984) 629-646
- [6] I.Z. Fisher, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **18** (1948) 636-640
- [7] A.I. Janis, E.T. Newman, J. Winicour, *Phys. Rev. Lett.* **20** (1968) 878-880
- [8] B. Chauvineau, e-Print: arXiv:1812.04934 [gr-qc] (2018)
- [9] D.M. Zipoy, *J. Math. Phys.* **7**, 1137 (1966)
- [10] B. H. Voorhees, *Phys. Rev. D* **2**, 2119 (1970)
- [11] G. Clement, *Phys. Rev. D* **57** (1998) 4885-4889

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЫСОКОЙ БАРИОННОЙ ПЛОТНОСТИ НА СПЕКТРОСКОПИЮ МЕЗОНОВ В РАМКАХ РЕШЕТОЧНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Васильев А. В.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: *vasiliev.av15@physics.msu.ru*

Свойства КХД в области высокой температуры и низкой барионной плотности подробно исследованы экспериментально на RHIC и LHC. В данной области согласованное с экспериментальными данными теоретическое описание может быть построено методами решеточной квантовой теории поля [1]. Вместе с тем, теоретическое исследование свойств КХД при ненулевых значениях барионного химического потенциала существенно не проведено, что в первую очередь связано с невозможностью осуществления расчетов с отличным от нуля действительным значением химического потенциала в решеточной теории с калибровочной группой $SU(3)$.

В силу особенностей теории с калибровочной группой $SU(2)$ (двухцветная КХД), указанная выше проблема введения действительного химического потенциала отсутствует, что позволяет проводить численное изучение этой теории решеточными методами.

В данной работе проводится исследование спектра масс легких мезонов при различных значениях барионного химического потенциала в условиях нулевой и ненулевой температуры в решеточном формализме. Вычисления проводятся для двухцветной теории с Вильсоновской формой действия для калибровочного поля [4] и двумя ароматами динамических staggered кварков Когута—Сасскинда [3].

Полученные для двухцветной КХД результаты могут являться основой для нахождения важных качественных результатов в полной теории с калибровочной группой $SU(3)$ в силу общей схожести КХД-подобных теорий с различным N_c [2].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-02-40126.

Литература

Ding H.-T., Karsch F., Mukherjee S. Thermodynamics of strong-interaction matter from Lattice QCD. Int. J. Mod. Phys. 2015. Vol. E24, no. 10. P. 1530007.

Hanada M., Yamamoto N. Universality of Phases in QCD and QCD-like Theories JHEP. 2012. Vol. 02. P. 138.

Kogut J., Susskind L. Hamiltonian formulation of Wilson's lattice gauge theories. Phys. Rev. 1975. Vol. D11. P. 395.

Montvay I., Münster G. Quantum Fields on a Lattice. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1994.

Altmeyer, R et al. The Hadron spectrum in QCD with dynamical staggered fermions. Nucl.Phys. B389 (1993) 445-512

КОСМОЛОГИЧЕСКИЙ ОТСКОК В ТЕОРИИ ХОРНДЕСКИ

Волкова В.Е.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

Обсуждаются классические космологические решения без начальной сингулярности в рамках теории Хорндески и ее расширения. Одним из основных вопросов для указанного типа решений является их устойчивость на протяжении всего времени эволюции. Показано, что решение в виде отскока, полностью свободное от градиентных неустойчивостей, существует в расширенной теории Хорндески. Приводятся примеры лагранжианов расширенной теории Хорндески, допускающие полностью устойчивый отскок. Одно из решений обладает простой формой асимптотик: в асимптотическом прошлом и асимптотическом будущем расширенная теория Хорндески переходит в общую теорию относительности и безмассовое скалярное поле. Указанный пример решения привлекателен с точки зрения его возможного использования при построении полной модели ранней Вселенной без начальной сингулярности.

ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ КОНФОРМНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ ВАКУУМА И УРАВНЕНИЙ ЭЙНШТЕЙНА С КОСМОЛОГИЧЕСКИМ ЧЛЕНОМ В СТАТИЧЕСКОМ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОМ СЛУЧАЕ

Гармаев Б.Д.

МГУ имени М. В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: bd.garmaev@physics.msu.ru

В последнее время в научной литературе широко обсуждаются несколько вариантов нелинейной электродинамики вакуума: теория Борна-Инфельда [1]; нелинейная

электродинамика Гейзенберга-Эйлера [2] и другие [3-5]. Все они имеют различные свойства и основываются на различных лагранжианах. В частности, в конформно инвариантной нелинейной электродинамике вакуума [5] лагранжиан остаётся инвариантным при конформном преобразовании метрического тензора; тензор энергии-импульса является бесследовым и в теории не используется размерный параметр. Плотность

функции Лагранжа этой теории имеет вид: $L = \frac{\sqrt{-g} I_2 w(\eta)}{16\pi}$, где $w(\eta)$ – неизвестная

функция безразмерной комбинации $\eta = \frac{I_2}{\sqrt{2I_4}}$.

Из функции Лагранжа можно получить уравнения электромагнитного поля:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{-g} Q^{mi}) = \frac{-4\pi}{c} J_{(e)}^m, \quad (1)$$

где $Q^{mi} = [w + \eta w'] F^{mi} - \frac{I_2}{I_4} \eta w' F_{(3)}^{mi}$, штрих означает производную по аргументу функции w , а $F_{(3)}^{mi} = F^{ml} F_{lk} F^{ki}$. Уравнения Эйнштейна с Λ -членом принимают вид:

$$R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R + \Lambda g_{mn} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{mn}. \quad (2)$$

Рассмотрим некоторые точные решения системы уравнений, предполагая, как и в работе [6], что кроме электрического заряда $q_{(e)}$ существует и магнитный заряд $q_{(m)}$.

Для этого к системе уравнений (1) – (2) необходимо добавить магнитную часть

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g} * F^{mi}}{\partial x^i} = -4\pi J_{(m)}^m, \quad (3)$$

где $* F^{mi} = e^{mikn} F_{kn} / 2\sqrt{-g}$.

Рассмотрим сферически симметричный астрофизический объект, обладающий электрическим зарядом $q_{(e)}$, магнитным зарядом $q_{(m)}$ и массой m . Найдём точное решение системы уравнений (1) – (3). Тензор электромагнитного поля и компоненты метрического тензора будем искать в виде:

$$F_{mn} = E(r) \{ \delta_m^0 \delta_n^1 - \delta_m^1 \delta_n^0 \} - B(r) r^2 \sin \theta \{ \delta_m^2 \delta_n^3 - \delta_m^3 \delta_n^2 \};$$

$$g_{00} = e^{v(r)}, g_{11} = -e^{\lambda(r)}, g_{22} = -r^2, g_{33} = -r^2 \sin^2 \theta,$$

где напряжённости электрического и магнитного полей представляется как

$E(r) = \frac{q_{(e)}}{r^2} e^{\frac{v(r)+\lambda(r)}{2}}$, $B(r) = \frac{q_{(m)}}{r^2}$. Подставляя эти выражения в уравнения (1) – (3) и решая их, получим окончательно выражение для метрики

$$g_{00} = e^{v(r)} = e^{-\lambda(r)} = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{K}{r^2} + \frac{1}{3} \Lambda r^2, \quad (4)$$

где M – масса чёрной дыры, а $K = \{ q_{(e)}^2 + q_{(m)}^2 \} [w(\eta) + \eta(1 - \eta^2)w'(\eta)]$ (5). Для данного

вида полей легко получить, что $\eta = \frac{q_{(e)}^2 - q_{(m)}^2}{\sqrt{q_{(e)}^4 + q_{(m)}^4}}$ – является константой.

В итоге мы получили, что выражение (4) по структуре совпадает с решением Шварцшильда — Райсснера — Нордстрёма — Треффетца [7] и отличается тем, что константа K зависит не только от суммы квадратов зарядов, но и от выбора модели конформно-инвариантной нелинейной электродинамики вакуума (выбора $w(\eta)$).

Литература

1. M. Born, L. Infeld, "Foundations of the new field theory", Proc. Roy. Soc. Ser. A, 144:852 (1934), 425–430.
2. W. Heisenberg, H. Euler, "Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons", Z. Phys., 98:11 (1936), 714–720.
3. G. Boillat, "Nonlinear electrodynamics: Lagrangians and equations of motion", J. Math. Phys., 11:3 (1970), 941–950.
4. A. Shabad and V. Usov, Effective Lagrangian in nonlinear electrodynamics and its properties of causality and unitarity, Phys. Rev. D, 83, (2011) 105006.
5. V. Denisov, E. Dolgaya, V. Sokolov, and I. Denisova, Conformal invariant vacuum nonlinear electrodynamics, Phys. Rev. D, 96, (2017) 036008.
6. G. W. Gibbons and D. Rasheed, Electric-magnetic duality rotations in non-linear electrodynamics, Nucl. Phys. B, 454, (1995) 185.
7. Д. Крамер и другие. Точные решения уравнений Эйнштейна. — М.: Энергоиздат, 1982.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

¹Гичунц Р.М., ²Маркова К.Ю.

¹ МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: gichuntc.rm14@physics.msu.ru

²Московский авиационный институт, Москва, Россия

E-mail: 19_ksenia_96@mail.ru

Теоретически существование гравитационных волн было предсказано А. Эйнштейном [1] еще в 1916 году. Наиболее же убедительное экспериментальное доказательство существования гравитационных волн было продемонстрировано в сентябре 2015 года, когда обсерватория LIGO зарегистрировала [2] достаточно мощный импульс гравитационного излучения. За это научное достижение Рейнеру Вайсу, Барри Бэришу и Кипу Торну в 2017 году была присуждена Нобелевская премия по физике. В настоящее время уже две гравитационных обсерватории регистрируют импульсы гравитационного излучения. Однако эти волны имеют достаточно низкие рабочие частоты (~100 Гц), поэтому не подходят для создания гравитационно-волнового канала связи.

Основным объектом для решения такой задачи, могут служить высокочастотные электродинамические системы. Как показано в работе [3], в тех точках пространства, где имеется электромагнитная волна, там имеется и рожденная ею гравитационная волна. Согласно линеаризованным уравнениям Эйнштейна источником гравитационной волны является тензор энергии-импульса T^{ik} физической системы:

$$\frac{\partial^2 h^{ik}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^{ik}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h^{ik}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 h^{ik}}{\partial t^2} = \frac{16\pi G}{c^4} T^{ik}. \quad (1)$$

Так как в силу физических причин выполняется условие $\frac{\partial T^{ik}}{\partial x^k} = 0$, то компоненты гравитационной волны должны удовлетворять аналогичным условиям $\frac{\partial h^{ik}}{\partial x^k} = 0$. Тензор энергии-импульса электромагнитного излучения T^{ik} , являющийся в силу уравнения (1) источником гравитационных волн, имеет вид:

$$T^{ik} = \frac{1}{4\pi} \left\{ F^{in} F_n{}^k + \frac{1}{4} g^{ik} F^{nm} F_{nm} \right\}. \quad (2)$$

Согласно монографии [4], запаздывающее решение этого уравнения имеет вид:

$$h^{ik}(\vec{r}, t) = -\frac{4G}{c^4} \int_V \frac{r^{ik}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c})}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV', \quad (3)$$

где V – объем, занимаемый электромагнитным излучением.

С математической точки зрения задача об излучении гравитационных волн электродинамическими системами имеет ряд существенных отличий от задачи об излучении гравитационных волн механическими источниками. Во-первых, из-за того, что основная часть электромагнитных волн имеют частоты, превышающие 1 кГц, они излучают высокочастотные гравитационные волны. Поэтому в задаче отсутствует малый параметр, равный отношению размеров излучающей системы к длине излучаемой волны. Во-вторых, так как электромагнитные волны распространяются на большие расстояния, то наблюдатель в этом случае, как правило, находится внутри излучателя. Поэтому в данной задаче отсутствует и малый параметр, равный отношению размеров излучающей системы к расстоянию от центра источника до точки наблюдения. И, наконец, из-за того, что наблюдатель находится внутри источника, то возникает проблема ТТ калибровки гравитационных волн. Таким образом в задачах об излучении гравитационных волн электромагнитными волнами обычно отсутствуют малые параметры и подынтегральное выражение (3) невозможно разложить, как это обычно делается, в ряды по малым параметрам и его вычисление производится существенно иначе, чем в случае механических источников.

Развиваемая нами математическая модель излучения гравитационных волн электродинамическими системами позволяет провести точное вычисление интеграла в первой части выражения (3) при выполнении следующих условий:

- границами области, занимаемой электромагнитными волнами, должны быть концентрические сферы;
- тензор энергии-импульса электромагнитных волн должен содержать только конечное число гармоник;
- разложение тензора энергии-импульса электромагнитных волн по сферическим функциям должно содержать конечное число членов.

Тогда используя формулу Гегенбауэра, при $r > r'$ имеющую вид:

$$\frac{\exp[-iK|\vec{r}-\vec{r}'|]}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\frac{\pi i}{2\sqrt{rr'}} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) J_{n+1/2}(Kr') H_{n+1/2}^{(2)}(Kr) P_n(\cos \gamma),$$

а при $r > r'$ – вид:

$$\frac{\exp[-iK|\vec{r}-\vec{r}'|]}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -\frac{\pi i}{2\sqrt{rr'}} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) J_{n+1/2}(Kr) H_{n+1/2}^{(2)}(Kr') P_n(\cos \gamma),$$

и учитывая, что

$$\cos \gamma = \frac{(rr')}{|r||r'|} = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi' - \varphi),$$

интегрирование в выражении (3) можно провести точно, применяя известное соотношение

$$P_n(\cos \gamma) = P_n(\cos \theta) P_n(\cos \theta') + 2 \sum_{m=1}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') \cos m(\varphi' - \varphi),$$

Перечисленные выше условия значительно ограничивают число задач, решаемых предлагаемым методом, однако существуют важные, с физической точки зрения, задачи, к которым этот метод применим.

Литература

1. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Том 1 // М.: Наука, 1965
2. Abbott B.P. et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger // Physical Review Letters. 2016. Vol. 116, N 6. P. 061102-1–061102-16.

3. Cooperstock F.I. The essence of gravitational waves and energy // International Journal of Modern Physics D. 2015. Vol. 24, N 12. P. 1543005-1–1543005-6.

4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля // М.: Наука, 1988.

СИГНАЛ СОЛИД-ЭХА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ КОНСТАНТАХ ДИПОЛЬ-ДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ ТРЁХ СПИНОВ

Голубева И.Ю.

МГУ имени М.В.Ломоносова, факультет фундаментальной физико-химической инженерии, Москва, Россия

E-mail: irina.10.98golyb@yandex.ru

В работе применен новый метод расчета сигналов спада свободной индукции (ССИ) и солид-эха (СЭ) в спиновых системах, основанный на теореме о приведении [1].

Теорема о приведении применима для решения всех задач с начальной поляризацией и импульсами, направленными вдоль этой оси и позволяет существенно упрощать расчеты для любой многоспиновой системы с помощью разбиения пространства.

Также при расчете сигнала была использована симметрия, связанная со спиновым обменом. Пространство всех состояний R разбивается на два подпространства симметрических R_s и антисимметрических R_a относительно спинового обмена состояний. [2].

Тогда пространство всех спиновых состояний R можно разбить на четыре подпространства.

$$R = R_{\sigma\alpha} \oplus R_{\sigma\beta} \oplus R_{\sigma\gamma} \oplus R_{\sigma\delta}$$

Это позволило свести вычисление сигнала СЭ в трехспиновой системе от матрицы 8-го порядка к расчету на двух матриц 1-го порядка и двух матриц 3-го порядка. Расчеты проведены для спиновых систем с произвольными значениями констант диполь-дипольного взаимодействия (ДДВ). Получено аналитическое выражение для СЭ в трёхспиновых системах.

$$A_2(\tau, t) = \frac{1}{64}(27 \cos^4 \beta - 18 \cos^2 \beta + 7) + \frac{3}{32}(\cos^2 \beta + 2 \cos \beta + 1) \cos \omega_{12}(\tau - t) + \frac{3}{32}(\cos^2 \beta - 2 \cos \beta + 1) \cos \omega_{12}(\tau - t) + \frac{27}{128}(\cos^4 \beta - 2 \cos^2 \beta + 1) \cos \omega_{23}(\tau - t) + \frac{1}{32}(-3 \cos^2 \beta - 2 \cos \beta + 1) \cos \omega_{12}(\tau + t) + \frac{1}{32}(-3 \cos^2 \beta + 2 \cos \beta + 1) \cos \omega_{13}(\tau + t) + \frac{3}{128}(9 \cos^4 \beta - 10 \cos^2 \beta + 1) \cos \omega_{23}(\tau + t) - \frac{3}{32}(\cos^2 \beta - 1)(\cos(\omega_{12}\tau - \omega_{12}t) + \cos(\omega_{12}\tau - \omega_{12}t)) + \frac{3}{64}(-3 \cos^2 \beta + \cos^2 \beta + 3 \cos \beta - 1)(\cos(\omega_{23}\tau - \omega_{12}t) + \cos(\omega_{23}t - \omega_{12}\tau)) + \frac{9}{64}(\cos^3 \beta - \cos^2 \beta - \cos \beta + 1)(\cos(\omega_{23}\tau - \omega_{12}t) + \cos(\omega_{23}t - \omega_{12}\tau)) + \frac{3}{32}(\cos^2 \beta - 1)(\cos(\omega_{12}\tau + \omega_{12}t) + \cos(\omega_{12}\tau + \omega_{12}t)) + \frac{3}{64}(3 \cos^2 \beta + \cos^2 \beta - 3 \cos \beta - 1)(\cos(\omega_{23}\tau + \omega_{12}t) + \cos(\omega_{23}t + \omega_{12}\tau)) - \frac{9}{64}(\cos^3 \beta + \cos^2 \beta - \cos \beta - 1)(\cos(\omega_{23}\tau + \omega_{12}t) + \cos(\omega_{23}t + \omega_{12}\tau)) + \frac{1}{32}(9 \cos^3 \beta + 3 \cos^2 \beta - 5 \cos \beta + 1)(\cos \omega_{12}\tau + \cos \omega_{12}t) - \frac{1}{32}(9 \cos^3 \beta - 3 \cos^2 \beta - 5 \cos \beta + 1)(\cos \omega_{12}\tau + \cos \omega_{12}t) - \frac{3}{64}(9 \cos^4 \beta - 10 \cos^2 \beta + 1)(\cos \omega_{23}\tau + \cos \omega_{23}t)$$

где $\cos \beta = \frac{\sigma_1}{\sqrt{9\sigma_1^2 - 24\sigma_2}}$, $\sigma_1 = b_{12} + b_{23} + b_{31}$, $\sigma_2 = b_{12}b_{23} + b_{23}b_{31} + b_{31}b_{12}$, b_{ij} – константы ДДВ.

По данной формуле были построены графики сигналов СЭ и формы линии для одинаковых и различных констант ДДВ.

Литература

[1] Голубева И.Ю., Карнаух Г.Е., Кулагина Т.П. // Спад свободной индукции, солид-эхо и алгебра пары спинов $\frac{1}{2}$. // Сб. статей XXII международной научно-практической конференции. М.: «Cognitio». 2017. С. 72.

[2] Кулагина Т.П., Карнаух Г. Е., Андрианов С. А. // Эволюция поляризации трёхспиновых групп и их вклад в форму линии ЯМР в твёрдом теле// Бутлеровские сообщения. 2013.Т. 35. №7. С. 1-9.

КЛАСС NSVZ СХЕМ В СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ.

Горячук И.О.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: io.gorjachuk@physics.msu.ru

Суперсимметричные модели квантовой теории поля обладают рядом привлекательных свойств, которые выражаются в так называемых теоремах о «неперенормировке». Например, в $N = 1$ суперсимметричных калибровочных моделях отсутствуют расходящиеся квантовые поправки к суперпотенциалу [6] и вершинам взаимодействия квантового калибровочного суперполя с полями духов [10]. В качестве ещё одной из таких теорем можно рассматривать соотношение, известное как «точная β -функция Новикова, Шифмана, Вайнштейна и Захарова (NSVZ)» [9]. Для $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса, взаимодействующей с киральными суперполями материи, это соотношение записывается следующим образом [2]:

$$\tilde{\beta}(\alpha, \lambda) = \frac{\alpha^2}{2\pi(1 - C_2\alpha/(2\pi))} \left(T(R) - 3C_2 - \frac{1}{r} C(R)_f^e \tilde{\gamma}_\phi(\alpha, \lambda)_e^f \right), \quad (1)$$

где r – размерность калибровочной группы, $T(R)\delta^{AB} = \text{tr}(T^A T^B)$, T^A – генераторы R представления материи, а $C(R)$ – оператор Казимира в этом представлении.

Здесь калибровочная β -функция и аномальные размерности $\tilde{\gamma}_\phi$ определены в терминах перенормированных констант связи. Как известно, при таком определении они зависят от перенормировочного предписания. Поэтому для выполнения соотношения (1) необходимо специальным образом задавать схему перенормировки. Например, часто используемая для регуляризации суперсимметричных теорий схема \overline{DR} не обеспечивает справедливость соотношения NSVZ уже в трёхпетлевом приближении [7].

Схема перенормировки, в которой соотношение NSVZ выполняется точно во всех порядках теории возмущений, была построена [8] для абелевой $N = 1$ суперсимметричной квантовой электродинамики (SQED), регуляризованной при помощи высших производных [3]. Эта схема задаётся наложением граничных условий $\alpha(\alpha_0, x_0) = \alpha_0$ и $Z_\phi(\alpha, x_0) = 1$ при некотором фиксированном значении $x_0 = \ln(\Lambda/\mu_0)$ и, в случае $x_0 = 0$, называется схемой минимального вычитания логарифмов MSL.

Однако такая схема перенормировки, в которой NSVZ формула справедлива, не является единственной (см., например, [4]). Всегда можно переопределить калибровочную константу связи α , как функцию $\alpha'(\alpha)$, и константу перенормировки суперполей материи $Z_\phi'(\alpha, \Lambda/\mu) = z_\phi(\alpha)Z_\phi(\alpha, \Lambda/\mu)$ (т.е. совершить конечную перенормировку). Если при этом конечные функции $\alpha'(\alpha)$ и $z_\phi(\alpha)$ связаны условием

$$\frac{1}{\alpha'(\alpha)} - \frac{1}{\alpha} - \frac{N_f}{\pi} \ln(z_\phi(\alpha)) = B = \text{const}, \quad (2)$$

то рассматриваемая перенормировка в $N = 1$ SQED с N_f ароматами не нарушит соотношение NSVZ. Конечные перенормировки, удовлетворяющие условию (2), выделяют класс схем, в которых справедлива формула NSVZ, и задают на этом классе преобразования, обладающие групповым свойством [5].

Для $N = 1$ суперсимметричной теории Янга-Миллса с материей также существует класс схем перенормировок, для которых справедливо соотношение (1). Способ построения одной из них во всех порядках теории возмущений был предложен в работе [10]. Рассматриваемые схемы связаны друг с другом посредством конечных перенормировок, в которых функции $\alpha'(\alpha, \lambda)$ и $z_\phi(\alpha, \lambda)_e^f$ удовлетворяют следующему дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\left(\tilde{\beta}(\alpha, \lambda) \frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{3}{2} \tilde{\gamma}_\phi(\alpha, \lambda)_a^b \left(\lambda^{lma} \frac{\partial}{\partial \lambda^{lmb}} + \lambda_{ijb}^* \frac{\partial}{\partial \lambda_{ija}^*} \right) \right) B(\alpha, \lambda) = 0, \quad (3)$$

где функция $B(\alpha, \lambda)$ определяется выражением

$$B(\alpha, \lambda) = \frac{1}{\alpha'(\alpha, \lambda)} - \frac{1}{\alpha} + \frac{C_2}{2\pi} \ln \frac{\alpha'(\alpha, \lambda)}{\alpha} - \frac{1}{2\pi r} C(R)_f^e \ln z_\phi(\alpha, \lambda)_e^f. \quad (4)$$

Данное уравнение имеет частное решение $B(\alpha, \lambda) = const$. Это решение является единственным в случае отсутствия кубического (юкавского) взаимодействия суперполей материи в рассматриваемой теории ($\lambda^{lmn} = 0$). Однако даже в этом случае на описываемом классе схем можно ввести гладкую параметризацию в виде функции $\alpha'(\alpha)$, константы B и функций $z_\phi(\alpha)_e^f$, выбранных так, что условие (4) выполнено.

Как и в абелевой SQED, преобразования, удовлетворяющие уравнению (3), образуют группу, которая является подгруппой общей группы перенормировок. Они не сводятся только к изменению точки нормировки μ (или, эквивалентно, к выбору различных x_0). Однако, решение уравнений ренормгруппы [1] показывает, что однопараметрическое масштабное преобразование, соответствующее изменению μ на μ' , даёт ненулевой константный вклад в $B(\alpha, \lambda)$:

$$B(\alpha, \lambda) = -\frac{T(R) - 3C_2}{2\pi} \ln \frac{\mu'}{\mu} = const. \quad (5)$$

В случае абелевой SQED масштабное преобразование также даёт ненулевой вклад в постоянную B в формуле (2).

Благодарности

Работа над докладом была поддержана фондом «БАЗИС», грант №17-11-120.

Литература

1. Владимиров А.А., Ширков Д.В. Ренормализационная группа и ультрафиолетовые асимптотики // УФН. 1979. Т. 129. С. 407-441
2. Катаев А.Л., Степаньянц К.В. β -Функция Новикова–Шифмана–Вайнштейна–Захарова в суперсимметричных теориях при различных регуляризациях и перенормировочных предписаниях // ТМФ. 2014. Т. 181. №3. С. 475–486
3. Славнов А.А. Инвариантная регуляризация калибровочных теорий // ТМФ. 1972. Т. 13. №2. С. 174-177
4. Aleshin, S.S., Goriachuk, I.O., Kataev, A.L. and Stepanyantz, K.V. The NSVZ scheme for $N = 1$ SQED with N_f flavors, regularized by the dimensional reduction, in the three-loop approximation // Phys. Lett. B 764, 2017. p. 222-227.
5. Goriachuk, I.O., Kataev, A.L. and Stepanyantz, K.V. A class of the NSVZ renormalization schemes for $N=1$ SQED // Phys. Lett. B 785, 2018. p. 561-566.
6. Grisaru, M.T., Siegel, W., and Rocek, M. Improved Methods for Supergraphs // Nucl. Phys. B 159, 1979. p. 429-450.

7. Jack, I, Jones, D.R.T. and North, C.G. N=1 supersymmetry and the three loop gauge beta function // Phys. Lett. B 386, 1996. p. 138-140.

8. Kataev, A.L. and Stepanyantz, K.V. NSVZ scheme with the higher derivative regularization for N = 1 SQED // Nucl. Phys. B 875, 2013. p. 459-482.

9. Novikov, V.A., Shifman, M.A., Vainshtein, A.I. and Zakharov, V.I. Exact Gell-Mann-Low Function of Supersymmetric Yang-Mills Theories from Instanton Calculus // Nucl. Phys. B 229, 1983. p. 381-393.

10. Stepanyantz, K.V. Non-renormalization of the $V\bar{c}c$ -vertices in N=1 supersymmetric theories // Nucl. Phys. B 909, 2016. p. 316-335.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ АТМОСФЕРНЫХ ИОНОВ ПРО ПОМОЩИ ЭЛЕКТРОМЕТРА.

Готовцев В.О.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: vladgotovtsev@mail.ru

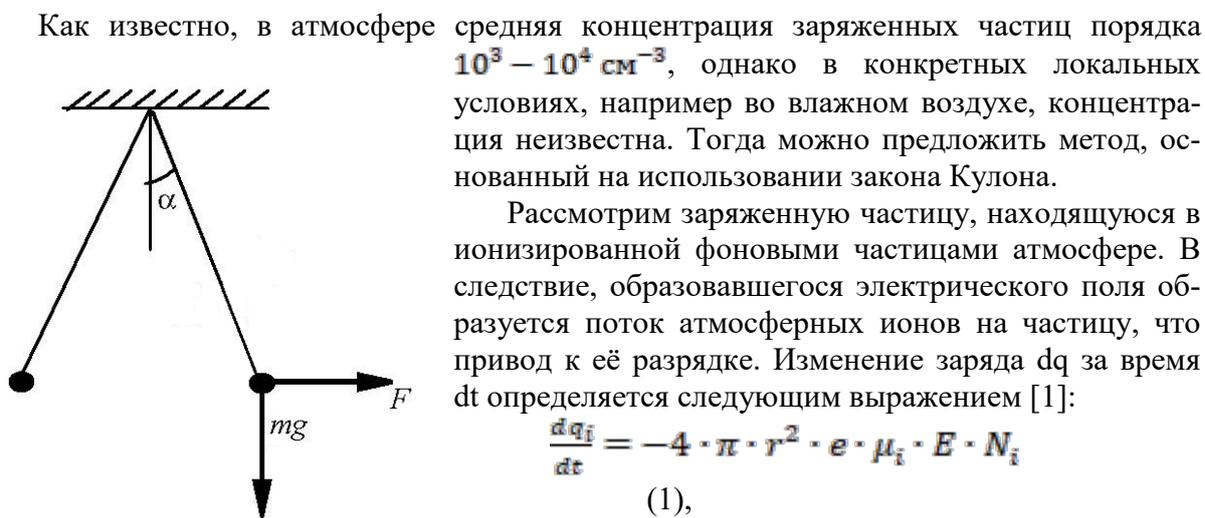


Рис. 1

Как известно, в атмосфере средняя концентрация заряженных частиц порядка $10^3 - 10^4 \text{ см}^{-3}$, однако в конкретных локальных условиях, например во влажном воздухе, концентрация неизвестна. Тогда можно предложить метод, основанный на использовании закона Кулона.

Рассмотрим заряженную частицу, находящуюся в ионизированной фоновыми частицами атмосфере. В следствие, образовавшегося электрического поля образуется поток атмосферных ионов на частицу, что приводит к её разрядке. Изменение заряда dq за время dt определяется следующим выражением [1]:

$$\frac{dq_i}{dt} = -4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot e \cdot \mu_i \cdot E \cdot N_i \quad (1),$$

где r – расстояние от центра частицы; N_i – плотность атмосферных ионов, считающаяся постоянной; μ_i – коэффициент подвижности ионов в газе; E – напряжённость электрического поля частицы

$$E = \frac{q_i}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot r^2}.$$

Выражение (1) можно переписать в следующем виде:

$$q_i = q_{i0} \cdot \exp\left(-e \cdot \mu_i \cdot \frac{N_i}{\epsilon \epsilon_0} \cdot t\right) \quad (2).$$

Рассмотрим две одноимённо заряженные частицы, подвешенные на верёвке. В следствие силы Кулона частицы отдалятся на расстояние r .

Сила тяжести mg и сила Кулона F связаны соотношением:

$$m \cdot g \cdot \text{tg} \alpha = \frac{q^2}{\epsilon \cdot 4 \pi \cdot \epsilon_0 \cdot r_{12}^2} \quad (3).$$

Из геометрии можно получить, что:

$$\frac{r_{12}}{2} = l \cdot \sin \alpha \quad (4).$$

Подставляя в (3) выражения (2) и (4) получим:

$$\text{tg} \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \frac{q_0^2}{m \cdot g \cdot 16 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot l^2} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot N_i \cdot \mu_i \cdot \epsilon \cdot t}{\epsilon \cdot \epsilon_0}\right) \quad (5).$$

Рассмотрим задачу в начальный момент времени $t = 0$, $\alpha = \alpha_0$.

$$\operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \sin^2 \alpha_0 = \frac{q_0^2}{m \cdot g \cdot 16 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot l^2},$$

тогда

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin^2 \alpha = \operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \sin^2 \alpha_0 \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot N_i \cdot \mu_i \cdot \varepsilon \cdot t}{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}\right);$$

$$N_i = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0}{2 \cdot \varepsilon \cdot \mu_i \cdot t} \cdot \ln\left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_0 \cdot \sin^2 \alpha_0}{\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin^2 \alpha}\right) \quad (7).$$

Таким образом по прошествии времени t заряженная частица на верёвке займёт положение α . Замерив эти параметры можно определить значение локальной концентрации атмосферных ионов. Выберем такие α и α_0 , значения синуса и тангенса, которые хорошо известны. Пусть $\alpha_0 = 60^\circ$, $\alpha = 30^\circ$. Из формулы (7) следует, что за 28,1 секунды произойдёт уменьшение угла отклонения от 60 до 30 градусов в атмосфере при типичной концентрации ионов кислорода в воздухе при атмосферном давлении и нормальных условиях O_2^- равной 10^4 см^{-3} , и подвижности равной $2,16 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{В} \cdot \text{с}$ [2].

В случае экспериментального определения локальной концентрации удобно использовать электрометр.

Литература

1. Смирнов Б.М. Комплексные ионы. М., “Наука”, 1983.
2. Мак-Даниель И., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М., Мир, 1976.

МАГНИТОСТАТИЧЕСКАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ ВАКУУМА В ПЛАНАРНОЙ СВЕРХКРИТИЧЕСКОЙ КВАНТОВОЙ СИСТЕМЕ

Грашин П. А

МГУ имени М.В.Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

E-mail: grashin.petr@physics.msu.ru

В настоящее время большой интерес вызывают эффекты поляризации вакуума в планарных гетероструктурах, таких как графен. В частности, весьма важна задача об эффектах, возникающих в графене, допированном заряженной примесью. Как известно, носители заряда в графене ведут себя как безмассовые (или массивные, если рассматривается графен на подложке) релятивистские фермионы, описываемые двумерным уравнением Дирака. И задача о заряженной примеси является аналогом задачи о поляризации электрон-позитронного вакуума кулоновским полем, порождаемым атомным ядром. При этом сам графен соответствует вакууму КЭД, а носители заряда в нём – виртуальным частицам. Благодаря этому такая важная характеристика поляризации вакуума как вакуумная плотность заряда оказывается непосредственно наблюдаемой в эксперименте величиной [3]. Важно, что эффективная константа связи в графене $\alpha_g \sim 1$, поэтому уже при относительно небольших зарядах примеси $Z \sim 1-10$ возникающие эффекты оказываются существенно нелинейными.

Доклад посвящён вопросу о возможности формирования опускающимися в нижний континуум дискретными уровнями ненулевой вакуумной плотности тока в планарной графеноподобной квантовой системе при наличии внешнего источника электростатического поля (заряженной примеси). Для исследования используется специальная комбинация аналитических методов, компьютерной алгебры и численных расчётов, основанная на методе Вихманна-Кролла [4]. Эта техника уже успешно использовалась ранее для изучения эффектов поляризации вакуума в одномерном “атоме водорода”, а также в планарной графеноподобной квантовой системе [1,2]. Показано, что в сверхкритической области опускающиеся уровни могут формировать ненулевую вакуумную плот-

ность тока. Определены заряды примеси, при которых этот эффект возможен. Сформулирована процедура перенормировки для вакуумной энергии. Исследовано влияние создаваемого вакуумной плотностью тока магнитного поля на вакуумную плотность заряда и вакуумную энергию.

Литература

1. Davydov A., Sveshnikov K., Voronina Yu. Vacuum energy of one-dimensional supercritical Dirac-Coulomb system // International Journal of Modern Physics A. 2017. Vol. 32. No. 11, 1750054.
2. Voronina. Yu., Sveshnikov K., Grashin P., Davydov A. Essentially non-perturbative and peculiar polarization effects in planar QED with strong coupling // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. 2019. Vol. 106. Pp. 298-311.
3. Wang Y., Wong D., Shytov A.V., Brar V.W., Choi S., Wu Q., Tsai H.-Z., Regan W., Zettl A., Kawakami R. K., Louie S.G., Levitov L.S., Crommie M.F. Observing Atomic Collapse Resonances in Artificial Nuclei on Graphene // Science. 2013. Vol. 340. Issue 6133. Pp. 734-737.
4. Wichmann E.H., Kroll N.M. Vacuum Polarization in a Strong Coulomb Field // Physical Review. 1956. Vol. 101. Issue 2. Pp. 843-859.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ ЭКСИТОНА С АНИЗОТРОПНОЙ МАССОЙ

Грудинина А.М., Воронова Н.С., Лозовик Ю.Е.

НИЯУ МИФИ, Институт лазерных и плазменных технологий, Москва, Россия

E-mail: grudinina.am@mail.ru

Экситон – это связанное состояние электрона (e) и дырки (h) в полупроводнике [1]. Эффективная масса экситона определяется как $1/m_{ex} = 1/m_e + 1/m_h$, где m_e и m_h – эффективные массы электрона и дырки, определяемые формой зоны проводимости и валентной зоны, соответственно. В материалах некубической решеткой зонная структура может зависеть от направления, что, в свою очередь, приведет к появлению анизотропии в эффективной массе квазичастиц. Данная работа посвящена исследованию эффектов указанной анизотропии для двумерных экситонов в атомарно-тонких слоях полупроводника (фосфорен и др. [2, 3]). Все расчеты выполнены для фосфорена.

Стационарное уравнение Шредингера для двумерного экситона с анизотропной массой имеет вид:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_x^e} \frac{\partial^2}{\partial x_e^2} - \frac{\hbar^2}{2m_y^e} \frac{\partial^2}{\partial y_e^2} - \frac{\hbar^2}{2m_x^h} \frac{\partial^2}{\partial x_h^2} - \frac{\hbar^2}{2m_y^h} \frac{\partial^2}{\partial y_h^2} + U(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) \right\} \Psi = E\Psi, \quad (1)$$

где $m_{x(y)}^{e(h)}$ – эффективная масса электрона (дырки) в направлении оси Oх (Oу), $U(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_h) = -e^2/\epsilon|\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|$ – кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой. Последовательными заменами уравнение (1) сводится к уравнению для относительного движения электрона и дырки:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) - \frac{e^2}{\epsilon\sqrt{x^2 + \lambda^2 y^2}} \right\} \Psi = E\Psi, \quad (2)$$

где $\lambda = \sqrt{\frac{\mu_x}{\mu_y}}$ – коэффициент анизотропии, являющийся управляющим параметром задачи

($0 < \lambda \leq 1$), $\mu_x = \frac{m_x^e m_x^h}{m_x^e + m_x^h}$, $\mu_y = \frac{m_y^e m_y^h}{m_y^e + m_y^h}$ – приведенные массы электрона и дырки в направлениях Oх, Oу, $\mu \equiv \mu_x$; масштабы координат были изменены для того, чтобы перенести анизотропию в потенциал: $x' = x$, $y' = y/\lambda$ (в (2) и далее штрихи опущены).

Предел $\lambda \rightarrow 1$ отвечает изотропному случаю $\mu_x = \mu_y$, в котором энергия связи двумерного экситона известна и равна $E_n = -\frac{\mu e^4}{2\hbar^2 \epsilon^2 (n+\frac{1}{2})^2}$; в противоположном предельном случае $\mu_x \ll \mu_y$ ($\lambda \rightarrow 0$) уравнение (1) сводится к следующему:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu_x} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - \frac{e^2}{\epsilon \sqrt{x^2+y^2}} \Psi = E \Psi, \quad (3)$$

при устремлении $\mu_y \rightarrow \infty$ и без введения параметра λ . Из (3) следует, что $[\Psi'_x]_{|(x,y)=0} \neq 0$ (аналогично что $[\Psi'_y]_{|(x,y)=0} \neq 0$), т.е. существует скачок первой производной волновой функции в нуле.

После исследования предельных случаев поиск минимума функционала энергии осуществлялся вариационным методом Ритца с пробными волновыми функциями двух видов:

$$(a) \Psi(a) = \sqrt{\frac{2\beta\lambda}{\pi}} e^{-\beta\rho^2}; \quad (b) \Psi(b) = \sqrt{\frac{2\lambda\beta^2}{\pi}} e^{-\beta\rho},$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + \lambda^2 y^2}$ – полярная координата, β – вариационный параметр. Все длины обезразмерены на $a = \frac{\hbar^2 \epsilon}{2\mu e^2}$ – 2D экситонный «боровский радиус». При минимизации функционала энергии были получены зависимости энергии основного состояния от параметра анизотропии (рис.1) и профили волновых функций для обоих случаев. Из Рис. 1 видно, что волновая функция типа (b) лучше описывает систему, так как она в пределе $\lambda \rightarrow 1$ выходит на правильное предельное значение, соответствующее энергии связи изотропного двумерного экситона, и при этом имеет излом в нуле, что отвечает скачку ее первой производной.

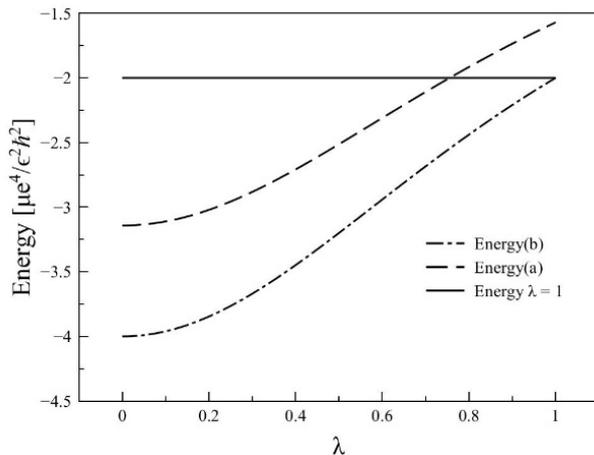


Рис.1 Зависимость энергии основного состояния от параметра анизотропии λ , определенная вариационным методом для пробных волновых функций типа (a) и (b) в кулоновском потенциале.

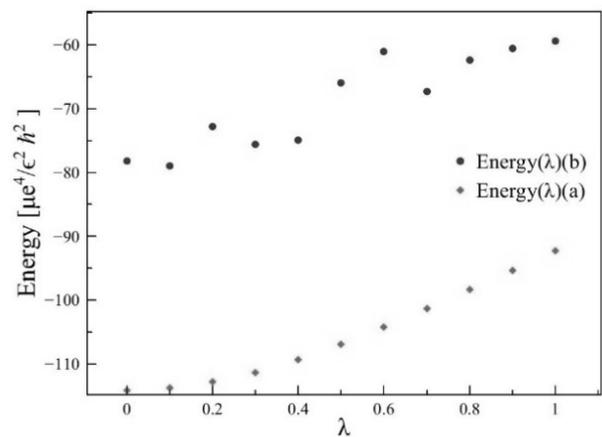


Рис.2 Зависимость энергии основного состояния от параметра анизотропии λ , определенная вариационным методом для пробных волновых функций типа (a) и (b) с потенциалом Келдыша. Параметры для фосфорена: $\alpha = 7,7$, $a = 23.3$ нм.

В бесконечно тонких (двумерных) пленках, в силу геометрии, взаимодействие между электроном и дыркой описывается потенциалом Келдыша [4]:

$$U_{\text{Keldysh}}^{2D}(x, y) = -\frac{e^2}{4\alpha} \left(H_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) - Y_0\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \right), \quad (4)$$

где α – поляризуемость, $\rho_0 = 2\pi\alpha$ – длина экранирования; $H_0(x)$ – функция Струве, $Y_0(x)$ – функция Неймана.

Аналогично предыдущему случаю, минимум функционала энергии был найден численно вариационным методом Ритца с пробными волновыми функциями вида:

$$(a) \Psi^{(a)} = \sqrt{\frac{2\lambda\beta}{\pi\rho_0^2}} e^{-\beta\frac{\rho^2}{\rho_0^2}}; (b) \Psi^{(b)} = \sqrt{\frac{2\lambda\beta^2}{\pi\rho_0^2}} e^{-\beta\frac{\rho}{\rho_0}}.$$

Получены зависимости энергии основного состояния от параметра анизотропии (рис.2) и профили волновых функций. Как можно видеть, за счет много более слабой экранировки взаимодействия в условиях чистого двумерия, энергия связи оказывается заметно больше.

Исследование поддержано грантом РФФИ № 18-32-20180 мол_а_дк.

Литература

1. R.S. Knox, Theory of excitons. New York: Academic (1963).
2. E. Prada, J.V. Alvarez, K.L. Narasimha-Acharya et al., Phys. Rev. B **91**, 245421 (2015).
3. A.S. Rodin, A. Carvalho, A. H. Castro Neto, Phys. Rev. B **90**, 075429 (2014).
4. Л.В.Келдыш, Письма в ЖЭТФ **29**, 658 (1979).

ДЛИНЫ МАРКШТЕЙНА ДЛЯ ВСТРЕЧНЫХ ПЛАМЕН В МЕТАНО-ВОЗДУШНЫХ СМЕСЯХ

Гуляев И. А.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: ligrant@list.ru

Для количественного теоретического описания эволюции пламен в газовых смесях требуется задать с достаточной точностью значения т.н. длин Маркштейна - параметров, определяющих влияние неоднородности течения газа и искривления фронта пламени на его скорость [3]. Долгое время считалось, что в определении этих длин имеется неоднозначность, связанная с произволом в выборе поверхности газодинамического разрыва, представляющей фронт пламени. Однако недавно было доказано, что на самом деле длины Маркштейна определены однозначно, и получены общие формулы для их расчета [2].

В настоящей работе эти формулы применены для нахождения длин Маркштейна пламен в метано-воздушных смесях. Для этого с помощью пакета Cantera выполнено численное моделирование одномерных пламен, стабилизированных в противотоках газа, а также сделан перерасчет данных для сферических пламен [1]. Полученные результаты показывают, что локальная скорость пламен в метано-воздушных смесях в основном определяется кривизной фронта.

Литература

1. D. Bradley, P. H. Gaskell, and X. J. Gu, Burning velocities, Markstein lengths, and flame quenching for spherical methane air flames: A computational study, Combust. Flame **104** (1996) 176.
2. K.A.Kazakov, Premixed flame propagation in vertical tubes, Phys. Fluids **28** (2016) 042103.
3. G. H. Markstein, Experimental and theoretical studies of flame front stability, J. Aero. Sci. **18** (1951) 199.

CP НАРУШЕНИЕ И КВАРК-ЛЕПТОННАЯ КОМПЛЕМЕНТАРНОСТЬ
В ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ И СТАНДАРТНОЙ ФОРМАХ МАТРИЦЫ
СМЕШИВАНИЯ

Давыдова А. А.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: davydova.aa15@physics.msu.ru

В Стандартной модели важную роль играют нейтрино. Открытие нейтринных осцилляций позволило сделать вывод о том, что данные частицы не являются безмассовыми. Это означает, что у нейтрино есть по крайней мере три массовых базисных состояния ν_1, ν_2, ν_3 , которые не совпадают с тремя наблюдаемыми флейворными состояниями ν_e, ν_μ, ν_τ . Переход из базиса массовых состояний в базис флейворных и обратно описывается матрицей смешивания \mathbf{U} Понтекорво-Маки-Накагавы-Сакаты (PMNS):

$$| \nu_\alpha \rangle = \sum_{i=1,2,3} \mathbf{U}^*_{\alpha i} | \nu_i \rangle.$$

Целью данной работы является рассмотрение различных способов параметризации матрицы смешивания: стандартной и экспоненциальной, а также сравнение зависимости CP нарушения от разных наборов параметров. Наиболее распространенным вариантом записи матрицы \mathbf{U} является 3-ароматная стандартная схема смешивания, представляемая в виде произведения одной комплексной матрицы и трех матриц поворота. Она характеризуется четырьмя параметрами: тремя углами смешивания $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ и CP нарушающей фазой δ_{CP} , если считать нейтрино дираковскими частицами. Для определения степени нарушения CP симметрии при нейтринных осцилляциях, т. е. разности между вероятностями осцилляций нейтрино и антинейтрино в вакууме вводят так называемый инвариант Ярлског, который пропорционален $\sin \delta_{CP}$.

Альтернативной формой представления матрицы смешивания является матричная экспонента $\mathbf{U} = \exp \mathbf{A}$. Её достоинство заключается в том, что она позволяет факторизовать вклады вращения вокруг действительной оси \mathbf{n} , $\mathbf{P}_{\text{Rot}} = \exp \mathbf{A}_{\text{Rot}}$, например в виде $\mathbf{P}_{\text{Rot}} = \exp(\text{Re}(\mathbf{A}))$ и CP-нарушения $\mathbf{P}_{CP} = \exp \mathbf{A}_{CP}$ в виде новой унитарной параметризации $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{P}_{\text{Rot}} \mathbf{P}_{CP}$. В результате работы была исследована зависимость инварианта Ярлског от углов смешивания, CP нарушающей фазы и параметров экспоненциальной параметризации.

Для кварков также существует смешивание, но в значительно меньшей степени, поэтому матрица смешивания кварков \mathbf{V} близка к единичной. На основе экспериментальных данных появилась гипотеза кварк-лептонной дополнительной, согласно которой: $\theta_{12}^q + \theta_{12}^\nu \approx 45^\circ$. Используя экспоненциальную параметризацию можно получить аналог гипотезы дополнительной включающий сразу все три угла смешивания, а именно: угол между осями вращения для кварков \mathbf{n}_q и нейтрино \mathbf{n}_ν составляет $\approx 45^\circ$. В работе получено направление векторов \mathbf{n} и величин угла поворота для нейтрино и для кварков с учетом последних экспериментальных данных, а также предсказаны точные значения углов смешивания для нейтрино θ_{12}, θ_{13} , при которых фаза Дирака δ_{CP} дает максимальное CP-нарушение и получается точное равенство 45° угла между осями вращения \mathbf{n}_ν и \mathbf{n}_q .

Работа выполнена при поддержке фонда «БАЗИС» (грант №18-2-6-47-1).

Литература

1. Zhukovsky K., Melazzini F. Exponential parameterization of neutrino mixing matrix with account of CP-violation data// Eur. Phys. J. C. 2016. 76. P. 462.

2. Li N., Ma B.-Q. Unified Parametrization of Quark and Lepton Mixing Matrices // Phys. Rev. D. 2005. 71. P. 097301.

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ КОНДЕНСАТА БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНА С УГЛОВЫМ МОМЕНТОМ.

Дмитриев А.С.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: dmitriev.as15@physics.msu.ru

Одной из наиболее интересных проблем теоретической физики и космологии является проблема темной материи. Темная материя, невидимый объект, гравитационное поле которого в несколько раз превышает поле, даваемое видимой материей. Одним из кандидатов на роль частицы темной материи является сверхлегкая частица аксион; его масса составляет порядка $10^{-5}eV$ [1]

Аксионы способны образовывать конденсат Бозе–Эйнштейна [2]. Данное связанное состояние в литературе называют бозе-звездой. Ранее в литературе уже были рассмотрены бозе-звезды с ненулевым моментом [3], потому рассмотрение связанного состояния конденсата Бозе–Эйнштейна с ненулевым моментом представляет особый интерес.

В данной работе рассматривается поведение конденсата Бозе–Эйнштейна в трех пространственных измерениях с различными угловыми моментами, а также проведено исследование стабильности бозе-звезды с ненулевым моментом.

В результате работы получены профили бозе-звезд, с различными массами и угловыми моментами и будет исследована стабильность состояния конденсата Бозе–Эйнштейна с ненулевым моментом.

Автор благодарит сотрудников ИЯИ РАН Дмитрия Геннадьевича Левкова и Александра Григорьевича Панина, за помощь и консультацию в проделанной работе.

Литература

1. Vincent B. Klaer, Guy D. Moore "The dark-matter axion mass 2017 JCAP 1711 (2017) no.11, 049 arXiv: 1708.07521 [hep-ph] Ding H.-T., Karsch F., Mukherjee S.
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теоретическая физика, том 3 "Квантовая Механика. Нерелятивистская теория"
3. D.G. Levkov, A.G. Panin and I.I. Tkachev, "Relativistic axions from collapsing Bose stars Phys. Rev. Lett. 118 (2017) no.1, 011301 [arXiv:1609.03611]
4. William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery, "Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing". Third edition, C++.

РАДИАЦИОННЫЕ РАСПАДЫ АДРОНОВ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Ермаков А.В.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
Ermakov.AV15@physics.msu.ru

Исследование радиационных распадов адронов является важной и актуальной задачей физики элементарных частиц. В настоящее время накоплен большой массив экспериментальных данных по свойствам лёгких и тяжёлых адронов, который постоянно

расширяется. Это дает возможность на практике проверить теоретические модели, которых на сегодняшний день существует великое множество.

Особый интерес представляют распады мезонов. Оценки показывают, что вклад релятивистских эффектов должен быть определяющим, для большинства наблюдаемых процессов, в которых участвуют лёгкие кварки. Особенно чувствительны к релятивистской природе кварков радиационные переходы. Это свойство превращает их в очень удобный инструмент для проверки релятивистских кварковых моделей.

В данной работе используется квазипотенциальный метод для расчёта матричных элементов магнитного момента мезонов с учётом релятивистских поправок [1]. Вид этих поправок напрямую зависит от лоренц-структуры межкваркового взаимодействия. Получены выражения для матричных элементов в случаях скалярного и векторного потенциалов. Ранее [2, 3] использовалось разложение по обратным степеням массы тяжёлых частиц, что упрощало расчёты, но не могло быть использовано для расчёта распадов лёгких частиц. В данной работе получены полностью релятивистские формулы для ширины распадов, которые используются для численных расчётов.

Вычислены ширины распадов магнитных дипольных переходов чармония, боттомония и некоторых других мезонов. Проведено сравнение с экспериментальными данными и исследован вопрос смешивании скалярного и векторного потенциалов.

В качестве дальнейших исследований планируется применение данного метода к исследованию электрических дипольных распадов мезонов и расчёт магнитных и электрических переходов в барионах.

Литература

Faustov R. N. Magnetic moment of the relativistic composite system //Nuovo Cimento A. – 1970. – Т. 69. – С. 37.

D. Ebert, RN Faustov, and VO Galkin, Properties of heavy quarkonia and B_c mesons in the relativistic quark model //Phys. Rev. D. – 2003. – Т. 67. – С. 014027.

Ebert D., Faustov R. N., Galkin V. O. Radiative M1-decays of heavy-light mesons in the relativistic quark model //Physics Letters. Section B. – 2002. – Т. 537. – №. 3-4. – С. 241-248.

ТРУДНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ НАРУШЕНИЙ НЕРАВЕНСТВ ВИГНЕРА НА ЧАСТИЧНО СЕПАРИРОВАННЫХ СОСТОЯНИЯХ ПАР НЕЙТРАЛЬНЫХ КАОНОВ

Ефимова А.Ю.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: efimova.ai17@physics.msu.ru

Неравенства Вигнера позволяют экспериментально проверить нарушение концепции локального реализма [1] в квантовой механике. Для подобной проверки будем использовать запутанные по аромату пары нейтральных каонов. Такие пары могут рождаются в полностью запутанном белловском состоянии [2,3]

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0(2)\rangle |\bar{K}^0(1)\rangle - |\bar{K}^0(2)\rangle |K^0(1)\rangle) \quad (1)$$

в распадах $\phi(1020)$ -мезонов на Φ -фабриках [4]:

При реалистичном моделировании экспериментальных результатов необходимо учитывать вклад фоновых процессов, которые преобразуют полностью запутанное состояние в смесь состояний. Простейшей моделью фона может служить единичный оператор. Поэтому в представленных ниже вычислениях в качестве модели «реалистичного» состояния каонов выбрано состояние Вернера [5], которое описывается при помо-

щи матрицы плотности: $\rho^{(\omega)} = x |\Psi^-\rangle\langle\Psi^-| + \frac{1}{4}(1-x)\Gamma$, где x – параметр, пробегающий значения от 0 до 1.

В работе рассматриваются только статические неравенства Вигнера [6], то есть неравенства, в которых отсутствует зависимость от времени.

Для описания состояния каждого из двух каонов существуют три естественных базиса, в которых базисные векторы различаются по аромату $|\mathbb{K}\rangle, |\bar{\mathbb{K}}\rangle$, по CP четности $|\mathbb{K}_1\rangle, |\mathbb{K}_2\rangle$ и по массе покоя и времени жизни $|\mathbb{K}_L\rangle, |\mathbb{K}_S\rangle$ [7] [8]. В каждом из этих базисов возникают дихотомные переменные.

Таким образом для запутанного состояния двух каонов имеются три пары дихотомных переменных, значения которых можно экспериментально измерить. При помощи принципа макроскопического реализма можно составить двенадцать неравенств Вигнера для таких переменных. Пример одного из неравенств приведен ниже:

$$\omega(\bar{K}_1^{0(2)}, K_2^{0(1)}) \leq \omega(K_2^{0(2)}, K_3^{0(1)}) + \omega(\bar{K}_1^{0(2)}, K_2^{0(1)}). \quad (2)$$

В рамках квантовой механики все вероятности, входящие в неравенства Вигнера, выражаются через параметр CP-нарушения ε . Экспериментальное значение параметра [9]: $|\varepsilon| = (2,228 \pm 0,011) \times 10^{-3}$, $\text{Re}(\varepsilon) = (1,596 \pm 0,013) \times 10^{-3}$

Двенадцать возможных неравенств Вигнера сводятся к четырем неравенствам относительно параметра ε . Однако на чистом белловском состоянии $|\Psi^-\rangle$ нарушается лишь одно из этих неравенств

$$|\text{Re}(\varepsilon)| \leq |\varepsilon|^2. \quad (3)$$

Что изменится в нарушении неравенства (3) при учете вклада фоновых процессов? Если воспользоваться состоянием Вернера, то неравенство (3) переписывается в следующем виде

$$x(1 + 2|\text{Re}(\varepsilon)| - |\varepsilon|^2) \leq 1 + |\varepsilon|^2. \quad (4)$$

Анализ неравенства показывает, что оно (4) не нарушается при $x < 0,99682803$. То есть для экспериментального обнаружения нарушения неравенства (4) необходимо, чтобы степень чистоты начального состояния пары нейтральных каонов превосходила 99%, что не может быть реализовано ни в каком ускорительном эксперименте из-за наличия фоновых процессов.

Результаты работы демонстрируют практическую неосуществимость проверки нарушения неравенств Вигнера в экспериментах с нейтральными каонами из-за неустраняемого влияния фоновых процессов.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю доценту Н.В.Никитину за активную помощь при выполнении данной работы.

Литература:

1. A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.* 47, 777 (1935).
2. W. M. de Muynck, The Bell inequalities and their irrelevance to the problem of locality in quantum mechanics, *Phys. Lett. A* 114, 65 (1986).
3. N. Nikitin and K. Toms, *Phys. Rev. A* 82, 032109 (2010) [arXiv: 0907.4924 [quant-ph]].
4. W. Kluge, "Physics with ДАФНЕ", *Nucl.Phys.B Proc.Supp.* 135, pp.357-363 (2004).
5. Reinhard F. Werner, "Quantum states with Einstein-Podolsky-Rosen correlations admitting a hidden-variable model". *Physical Review A*. 40 (8): 4277–4281 (1989).
6. E. P. Wigner, *Am. J. Phys.* 38, 1005 (1970).
7. N. Nikitin, V. Sotnikov, and K. Toms, Proposal for experimental test of the time-dependent Wigner inequalities for neutral pseudoscalar meson systems, *Phys. Rev. D* 92, 016008 (2015).
8. N. V. Nikitin, V. P. Sotnikov, and K. S. Toms, Investigation of properties of time-dependent Bell inequalities in Wigner's form for nonstationary and open quantum systems, *Phys. Atom. Nucl.* 78, 805 (2015).
9. Particle Data Group, M. Tanabashi et al., Review of particle physics, *Phys. Rev. D* 98 (2018) 030001.

КОНВЕКТИВНАЯ ДИФФУЗИЯ ЧАСТИЦ ИЗ ПОГРУЖАЮЩЕЙСЯ КАПЛИ КОЛЛОИДА

Игропуло Л.В.

Северо-Кавказский ФУ, Институт математики и естественных наук,

Ставрополь, Россия

leonid1vitalievich@gmail.com

Гетерогенные смеси различного вида наблюдаются как в природе, так и в областях человеческой деятельности. Особым классом таких систем являются коллоиды [2] – взвеси большого числа частиц наполнителя, размеры которых значительно превышают молекулярные. Коллоиды имеют макроскопические (медленные) степени свободы, что проявляется, в частности, в процессах конвективной диффузии [2,4], когда сферическая капля коллоида (магнитной жидкости) тонет в жидкости-носителе.

Важнейшей характеристикой этого процесса является величина диффузионного потока на поверхности частицы, зависящая от концентрации частиц наполнителя $c(r, t)$ – функции радиальной координаты r и времени t .

В соответствии с полуэмпирическим законом Нернста [1] количество диффундирующего в единицу времени вещества зависит от коэффициента диффузии D , концентрации частиц наполнителя c в капле и в жидкости c_{∞} ($c_{\infty}|_{t=0} = 0$), площади поверхности капли S и толщины диффузионного слоя $\delta = 1/v^n$ (v – скорость диффундирующих частиц, где $\frac{1}{3} < n < 1$). Скорость жидкости-носителя, обтекающей погружающуюся каплю, уменьшается с увеличением расстояния от поверхности капли. Изменяется так же скорость V ее погружения.

Для произвольного момента времени описывающее этот процесс нелинейное уравнение диффузии (в сферических координатах (r, θ, φ)) в пограничном слое будет иметь вид [1,4]:

$$v_r \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{v_{\theta}}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \right) \quad (1)$$

с граничными условиями: $c|_{r=0} = c_0$; $c|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0$; $c|_{r=\alpha} = c(t)$, α – радиус капли. (В правой части уравнения отсутствует слагаемое $\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sin \theta \frac{\partial c}{\partial \theta} \right)$, так как производные по координатам поверхности капли значительно меньше производных по ее радиусу).

Функция потока вблизи поверхности капли $\psi(r, t) \approx -\frac{3}{4} V r \sin^2 \theta$. Тангенциальная составляющая скорости диффузии $v_{\theta} \approx \frac{3}{2} V \frac{r}{\alpha} \sin \theta$.

Используя соотношения для $\psi(r, t)$ и v_{θ} , уравнение (1) можно преобразовать к виду

$$\left(\frac{\partial c}{\partial \theta} \right)_{\psi} = D \alpha^2 \sin^2 \theta \sqrt{3V} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sqrt{\psi} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) \quad (2)$$

с граничными условиями $c|_{r=\alpha} = 0$ при $\psi = 0$; $c|_{r \rightarrow \infty} = 0$ при $\psi \neq 0$; $c|_{\theta=0} = c_0|_{\psi=0}$.

Вводя новую переменную $\alpha = \frac{D \alpha^2}{2} \sqrt{3V} \left(1 - \frac{\sin 2\theta}{2} \right)$, можно преобразовать уравнение (2) и получить нелинейное уравнение в новых переменных:

$$\frac{\partial c}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\sqrt{\psi} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) \quad (3)$$

Для нахождения приближенного решения уравнения (3) воспользуемся так называемым эталонным уравнением идеализированной системы, качественно сходной с исследуемой [1, 3]. В соответствии с методом использования эталонных уравнений вве-

дем аналогичные переменным уравнения (3) (c, α, ψ) новые переменные и функции (σ, β, μ) :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \beta} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left(3\mu \frac{\partial \sigma}{\partial \mu} \right) \quad (4)$$

причем $c(\alpha, \psi)$ и $\sigma(\beta, \mu)$ связаны следующим соотношением:

$$c(\alpha, \psi) = [\beta(\alpha, \psi) \cdot \mu(\alpha, \psi)]^{-\frac{1}{3}} \sigma(\beta, \mu) \quad (5)$$

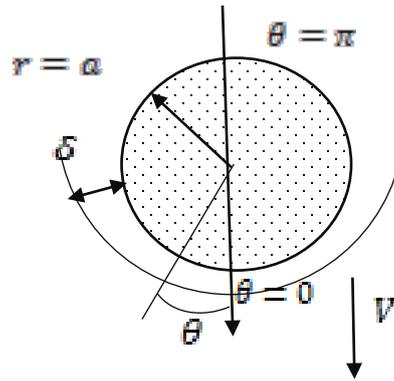
Решение уравнения (4) для эталонной задачи считается известным.

Следуя алгоритму метода эталонного моделирования, после довольно громоздких преобразований, интегрирования и возвращения к исходным функциям и переменным приходим к приближенному выражению для диффузионного потока с поверхности погружающейся частицы в конкретный момент времени:

$$j(\theta) = D \left(\frac{\partial c}{\partial r} \right)_{r=\alpha} = \frac{D c_0}{1,15} \sqrt{\frac{3V}{4D\alpha^2}} \frac{\alpha \sin \theta}{\left(1 - \frac{\sin 2\theta}{2} \right)^{1/3}} \quad (6)$$

Это приближенное выражения для диффузионного потока позволяет сделать следующие физически важные выводы:

1. Поток j пропорционален начальной концентрации c_0 в капле, скорости погружения $V^{1/3}$, коэффициенту диффузии $D^{2/3}$, радиусу капли $\alpha^{1/3}$, зависит от угла θ (см. рисунок).



2. При $\theta = \frac{\pi}{2}$ поток $j \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}}$, при $\theta = \pi$, $j = 0$. Таким образом диффузионный поток оказывается максимальным в точке набега $\theta = 0$, убывает с ростом θ , обращаясь в ноль при $\theta = \pi$.

3. Для характеристики процесса конвективной диффузии можно использовать и, так называемую, эффективную толщину диффузионного слоя ($\theta \neq 0, \theta \neq \pi$)

$$\delta = \frac{1,15 (2 - \sin 2\theta)^{1/3}}{2 \sin \theta} \sqrt{\frac{4D\alpha^2}{3V}} \quad (7)$$

Используя выражение (6) можно найти полный диффузионный поток в данный момент времени:

$$J = 2\pi\alpha^2 \int_0^\pi j \sin \theta d\theta = 7,98 c_0 \sqrt[3]{D^2 V \alpha^4} \quad (8)$$

Поток J зависит от исходной концентрации частиц наполнителя в капле коллоида, коэффициента диффузии, радиуса и скорости погружения капли.

В настоящее время продолжается исследование конвективной диффузии частиц из погружающейся капли магнитной жидкости, находящейся в постоянном магнитном поле.

Литература

1. Журавлёв В.М. Точные решения уравнения нелинейной диффузии в двумерном координатном пространстве // Теоретическая и математическая физика. 2000. т.124. No.2. С. 265-278

2. Кац. Е.И., Лебедев В.В. Физика мягкой материи. Учебное пособие. МФТИ, 2013
3. Маслов В.П. и др. Математическое моделирование процессов тепломассопереноса. М., 1987.
4. Нигматулин Р.И. Механика сплошной среды. Кинематика. Динамика. Термодинамика. Статистическая динамика. М., 2014.
5. Jones R.B. Dynamics of a colloid in spherical cavity. London, 2007.

ФОТОННЫЕ И ПОПЕРЕЧНЫЕ УЛАВЛИВАЮЩИЕ ПОВЕРХНОСТИ В СТАЦИОНАРНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ.

Кобялко К.В.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: kobyalkokv@yandex.ru

Недавно было введено несколько новых характеристик для описания структуры изотропных геодезических в стационарных пространствах, таких как фотонные регионы (ФР) [1] и поперечные улавливающие поверхности (ПУП) [2]. Первые представляют собой трехмерные области, ограничивающие сферические фотонные орбиты, в то время как последние представляют собой замкнутые двумерные поверхности сферической топологии, которые заполняют другие области, называемые ПУР. Нами утверждается, что в общем стационарном аксиальносимметричном пространстве-времени естественно рассмотреть также незамкнутые ПУП с геометрией сферических чашек, удовлетворяющих тем же условиям («частичные» ПУП или ЧПУП), которые заполняют трехмерные области ЧПУР. Используя данное обобщение можно продемонстрировать, что ФР, ПУР и ЧПУП вместе с соответствующими областями, препятствующими захвату, составляют полный набор областей, заполняющих все трёхмерное пространство (где временноподобные поверхности определены) решения типа Керра. Эти конструкции обеспечивают новое оптическое описание таких пространств, не обращаясь к явному решению уравнений геодезических. Применяя этот анализ к метрикам Керра–Ньюмана (в том числе суперэкстремальным), мы выделяем четыре различных оптических типа решений для различных наборов параметров вращения и заряда. Чтобы проиллюстрировать их свойства, мы обобщили анализ областей «побега» фотонов на бесконечность в метрике Шварцшильда [3] на случай стационарных пространств и построили графики плотности, описывающие «побег» фотонов из всех вышеупомянутых областей.

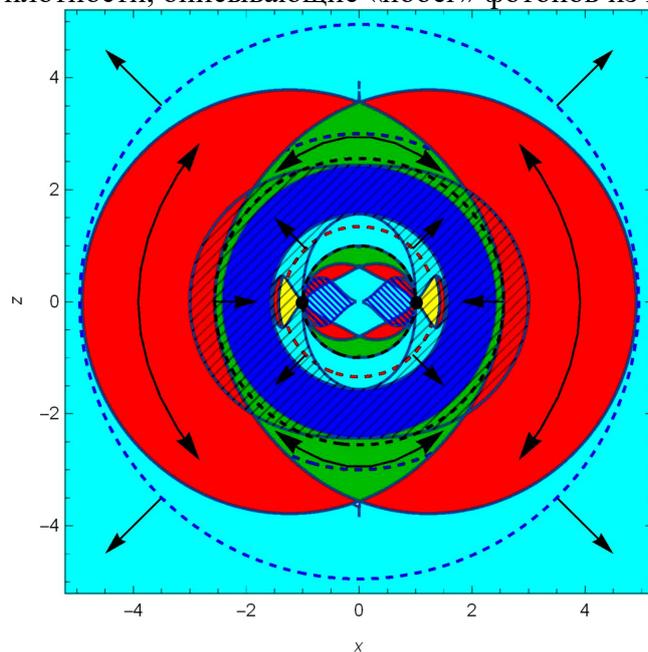


Рис. 1. Оптическая структура решения Керра

Работа выполнена при поддержке российского Фонда фундаментальных исследований по проекту 17-02-01299а.

Литература

1. A. Grenzebach, V. Perlick and C. Lmmerzahl. Photon Regions and Shadows of Kerr-Newman-NUT Black Holes with a Cosmological Constant // Int. J. Mod. Phys. D 24. 2015. No. 09. С. 1542024
2. H. Yoshino, K. Izumi, T. Shiromizu and Y. Tomikawa. Extension of photon surfaces and their area: Static and stationary spacetimes // PTEP 2017. No. 6. С. 063E01
3. J. L. Synge, Mon. // Not. R. astro. Soc. 1966. No. 131, С. 463

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ФАДДЕЕВА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАЛОЧАСТИЧНЫХ СИСТЕМ

Коробицин А.А.

*Объединённый институт ядерных исследований,
Лаборатория теоритической физики имени Н.Н. Боголюбова, Дубна, Россия
E-mail: koroaa@theor.jinr.ru*

Кластеры инертных газов представляют собой большой класс молекул, взаимодействие которых описывается потенциалами ван-дер-ваальсового типа. Они обладают рядом интересных свойств, в частности, в них может проявляться квантово-механический эффект Ефимова [1]. Теоретически предсказанный более 40 лет назад эффект Ефимова получил экспериментальное подтверждение лишь в последнее десятилетие. Собственно эффект Ефимова состоит в появлении бесконечного числа связанных состояний в трехчастичной системе в случае, когда ни одна из парных подсистем не имеет связанных состояний, но хотя бы две из них обладают бесконечными длинами рассеяния. Данный эффект был подвержен только в 2006 году в ультрахолодном газе атомов цезия ^{133}Cs [2]. Исследование ефимовских состояний ультрахолодных кластеров и нахождение универсальных закономерностей важны для анализа имеющихся экспериментальных данных, а также для предсказания существования таких состояний.

Одним из эффективных методов исследования трехчастичных систем являются вычислительные алгоритмы, основанные на использовании дифференциальных уравнений Фаддеева в представлении полного углового момента [3,4]. В данной работе мы рассматриваем систему трехмерных уравнений Фаддеева:

$$(H_0 + V_\alpha - E)\Psi_\alpha(\rho, \chi_\alpha, \theta_\alpha) = -V_\alpha \sum_{\beta \neq \alpha} \Psi_\beta(\rho, \chi_\beta, \theta_\beta)$$

где V_α – потенциал взаимодействия в паре α , E – полная энергия системы, H_0 – оператор кинетической энергии, ρ , χ_α и θ_α гиперсферические координаты, выраженные через стандартные координаты Якоби $\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\alpha$, $\alpha = 1, 2, 3$:

$$\rho = \sqrt{x_\alpha^2 + y_\alpha^2}, \quad \tan(\chi_\alpha/2) = y_\alpha/x_\alpha, \quad \cos \theta_\alpha = \frac{(\vec{x}_\alpha, \vec{y}_\alpha)}{x_\alpha y_\alpha},$$

$$x_\alpha = |\vec{x}_\alpha|, \quad y_\alpha = |\vec{y}_\alpha|, \quad \rho \in [0, \infty], \quad \{\chi_\alpha, \theta_\alpha\} \in [0, \pi] \otimes [0, \pi].$$

Для численного решения целесообразно произвести замену $\Phi_\alpha = \rho^{5/2} \sin \chi_\alpha \sin \theta_\alpha \Psi_\alpha$, тогда масштабная компонента удовлетворяет следующим граничным условиям $\Phi_\alpha(\rho = 0) = \Phi_\alpha(\chi_\alpha = 0, \pi) = \Phi_\alpha(\theta_\alpha = 0, \pi) = 0$. Оператор кинетической энергии записывается в виде:

$$\tilde{H}_0 = -\partial_\rho^2 - \frac{4}{\partial^2} \left[\partial_\chi^2 + \sin^{-2} \chi (\partial_\theta^2 - \cot \theta \partial_\theta + \sin^{-2} \theta) + \frac{1}{16} \right].$$

Для расчетов был разработан алгоритм численного решения трехмерных дифференциальных уравнений Фаддеева в представлении полного углового момента. Разработанный алгоритм применялся для расчетов спектра тримера неона $^{20}\text{Ne}_3$ [4]. Наши результаты хорошо согласуются с результатами других авторов использовавших другие методы. Разработанная численно эффективная вычислительная схема, особенно в сочетании с возможностью использования многопоточности, позволяет исследовать различные трехчастичные системы.

Литература

1. Ефимов В.Н. Слабосвязанные состояния трёх резонансно взаимодействующих частиц // Ядерная физика, 1970, Т. 12, С. 1080-1090.
2. T. Kraemer, M. Mark, P. Waldburger, J. G. Danzl, C. Chin, B. Engels, A. D. Lange, K. Pilch, A. Jaakkola, H.-C. Naagerl, and R. Grimm, Evidence for Efimov quantum states in an ultracold gas of cesium atoms // Nature (London) 440, 315 (2006).
3. A.A. Kvitsinsky and C.-Y. Hu, Solution of three dimensional Faddeev equations for three-body Coulomb bound states // Few-Body Syst., 1992, Vol. 12, pp. 7-19.
4. A.A. Korobitsin, E.A. Kolganova, A theoretical study of van der Waals neon trimer using Faddeev equations // Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, Letters, 2017, Vol. 14, No. 7, pp. 971–974.

ЗЕРКАЛЬНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ОКАЗЫВАЕМОЕ ИМ ВЛИЯНИЕ НА ПРОФИЛИ ПЛОТНОСТИ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В ГАЛАКТИКАХ

Крюкова Е.А.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: kryukova.ea15@physics.msu.ru

Одной из актуальных проблем современной космологии является так называемая проблема центрального каспа. Она заключается в противоречии между данными наблюдений и результатами моделирования профиля плотности темной материи в центре галактики. Согласно численным симуляциям, распределение плотности темной материи характеризуется острым пиком в центре (см., например, профиль Наварро-Френка-Уайта). Наблюдения же показывают гладкое поведение профиля плотности.

В данной работе предполагается, что основную часть темной материи составляет зеркальная материя, частицы которой принимают участие в зеркальном сильном, слабом и электромагнитном взаимодействиях. Предполагается, что наряду с обычными галактическими магнитными полями можно рассмотреть образование зеркальных галактических магнитных полей. Если зеркальное магнитное поле окажется большим по величине, чем обычное, вполне вероятно, что оно будет оказывать влияние на распределение зеркальной материи в галактике.

Целью данной работы является получение значения зеркального магнитного поля в галактиках и рассмотрение его влияния на проблему центрального каспа.

Для получения возможной современной величины зеркального магнитного поля были использованы механизмы генерации обычных магнитных полей: механизм Гаррисона [1] (на РД-стадии) и механизм Мишустина и Рузмайкина [2] (после рекомбинации и до формирования неоднородностей). Оценка величины мелкомасштабного поля в галактике проводилась в соответствии с теорией динамо-эффекта [3].

Был рассмотрен возможный механизм генерации и усиления зеркальных магнитных полей [4]. Получена величина зеркального магнитного поля на различных этапах эволюции Вселенной. Проведена оценка современного значения мелкомасштабного зеркального магнитного поля в галактике. Показано, что для галактики средних разме-

ров M33 оно в 50 раз превышает характерное значение обычного галактического магнитного поля (1 мкГс). Рассмотрено возможное влияние зеркального магнитного поля на распределение плотности темной материи в галактике.

Интересный эффект состоит в сглаживании центрального пика плотности. Современное значение магнитного поля оказывается тем выше, чем выше локальная плотность темной материи. Тогда в центральных областях галактики магнитное поле, а следовательно, и его плотность энергии, будет больше, чем на периферии. Давление магнитного поля вынуждает зеркальную материю перемещаться дальше от центра, тем самым, устраняя центральный пик.

Автор благодарит д. ф.-м. н. Д. С. Горбунова (ИЯИ РАН) за полезные обсуждения и ценные комментарии по этой работе.

Литература

1. Harrison E. R. Generation of magnetic fields in the radiation era // Mon. Not. R. Astron. Soc. 1970. V. 147. P. 279–286. doi:10.1093/mnras/147.3.279.
2. Mishustin I. N. and Ruzmaikin A. A. Occurrence of “priming” magnetic fields during the formation of protogalaxies // JETP. 1972. V. 34. P. 233–235.
3. Arshakian T. G., Beck R., Krause M. et al. Evolution of magnetic fields in galaxies and future observational tests with the Square Kilometre Array // A&A. 2009. V. 494. P. 29–32. doi:10.1051/0004-6361:200810964. [arXiv:0810.3114]
4. Kryukova E. A. Mirror magnetic field and its impact on dark matter distribution in galaxies // JETP. 2019. V. 6. [arXiv:1902.04512]

ДВУХПЕТЛЕВОЙ ВКЛАД В ТРОЙНУЮ ДУХОВО-КАЛИБРОВОЧНУЮ ВЕРШИНУ В $N = 1$ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ ТЕОРИЯХ ЯНГА-МИЛЛСА

Кузьмичев М.Д.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: md.kuzmichev@physics.msu.ru

Добавление суперсимметрии позволяет улучшить ультрафиолетовое поведение квантовых теорий поля и приводит к так называемым теоремам о неперенормировке. Например, суперпотенциал в $N = 1$ суперсимметричных теориях Янга-Миллса не содержит расходящихся квантовых поправок [1], $N = 2$ суперсимметричные теории конечны за рамками одной петли [2], а $N = 4$ теория, и вовсе, являются конечной во всех порядках теории возмущения [3,4].

Поскольку теоремы о неперенормировке являются проявлением большого числа симметрий теорий, важно, чтобы эти симметрии сохранялись и на квантовом уровне. Это объясняет необходимость использовать инвариантные регуляризации. В теориях с суперсимметрией это регуляризация высшими ковариантными производными [5, 6].

В работе [7] было доказано утверждение о конечности тройных духовых вершин с одной линией квантового калибровочного суперполя. Конечность этих вершин дает соотношение между константами перенормировки заряда (Z_α), духов Фаддеева-Попова (Z_c) и квантового калибровочного суперполя (Z_V) во всех порядках теории возмущения

$$Z_\alpha^{-1/2} Z_c Z_V = 1.$$

Данное утверждение можно рассматривать, как новую теорему о неперенормировке. Ранее оно было проверено в однопетлевом приближении [8].

В данной работе рассматривается $N = 1$ суперсимметричная теория Янга-Миллса, регуляризованная высшими производными. В рамках данной теории рассматриваются

диаграммы, которые дают вклад в трехточечную функцию Грина с двумя духовыми линиями и одной линией квантового калибровочного поля.

Часть вклада в эффективное действие соответствующей функции Грина будет иметь следующий вид [7]

$$\frac{ie_0}{4} f_{ABC} \int d^4\theta \frac{d^4q d^4p}{(2\pi)^8} \bar{c}^{*A}(\theta, p+q) [f(p, q) \partial^2 \Pi_{1/2} V^B(\theta, -p) + F_\mu(p, q) (\gamma^\mu)^b_a \bar{D}^{\dot{a}} D_b V^B(\theta, -p) + F(p, q) V^B(\theta, -p) c^C(\theta, -q)],$$

где V и c – калибровочные и духовые поля, соответственно; $\bar{D}^{\dot{a}}, D_b$ – это суперпроизводные; $\partial^2 \Pi_{1/2} = -\frac{1}{8} D^\alpha \bar{D}^2 D_\alpha = \frac{1}{8} \bar{D}^{\dot{\alpha}} D^2 \bar{D}_{\dot{\alpha}}$ – это поперечный проектор.

Из данного выражения следует, что перенормировка функции $F(p, q)$ будет иметь следующий вид

$$F_R(p, q) = Z_\alpha^{-1/2} Z_c Z_V F(p, q).$$

Таким образом, утверждение о конечности тройной духово-калибровочной вершины в двух петлях можно будет проверить вычислением функции $F(p, q)$ в соответствующем приближении.

Диаграммы, дающие вклад в функцию $F(p, q)$, получаются путем вставки внешней линии квантового калибровочного суперполя специального вида $V = \bar{D}^2 \alpha$, поскольку в таком случае выражения в эффективном действии, пропорциональные $F_\mu(p, q)$ и $f(p, q)$, зануляются.

Графически данные диаграммы получаются путем вставки внешней линии квантового калибровочного поля $V = \bar{D}^2 \alpha$ в диаграммы приведенные на Рис. 1, 2 и 3.

Вычисления проводятся в калибровке Фейнмана $\xi = 1$.

В результате вычисляются все вклады, получающиеся вставкой внешней линии в диаграммы на рис. 1 и 2. Для диаграммы на Рис. 3 демонстрируется, что все вставки по сумме дают ноль, кроме тех, которые содержат четверную калибровочную вершину.

Вклад данных диаграмм, при суммировании с другими аналогичными, поможет проверить в двухпетлевом приближении утверждение о неперенормировке вершин $V\bar{c}c$ [7].

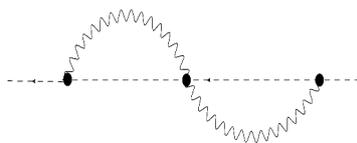


Рис. 1

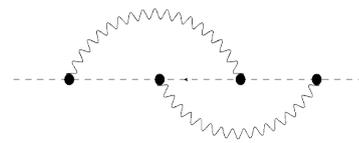


Рис. 2

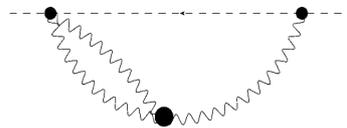


Рис. 3

Работа выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС», грант № 17-11-120-42.

Литература

1. M.T. Grisaru, W. Siegel and M. Rocek, Nucl. Phys. B 159 (1979) 429.
2. M.T. Grisaru and W. Siegel, Nucl. Phys. B 201 (1982) 292 [Erratum-ibid. B 206 (1982) 496].
3. S. Mandelstam, Nucl. Phys. B 213 (1983) 149.
4. L. Brink, O. Lindgren, B.E.W. Nilsson, Nucl. Phys. B 212 (1983) 401.
5. A.A. Slavnov, Nucl. Phys. B 31 (1971) 301.

6. A.A. Slavnov, Theor. Math. Phys 13 (1972) 1064.
7. K.V. Stepanyantz, Nucl. Phys. B 909 (2016) 316.
8. S.S. Aleshin, A.E. Kazantsev, M.B. Skoptsov and K.V. Stepanyantz, JHEP 1605 (2016) 014.

МАССИВНЫЕ ПОЛЯ СО СПИНОМ НА ФОНЕ НЕВАКУУМНЫХ ПЛОСКОВОЛНОВЫХ МЕТРИК

Кулицкий А.В.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
av.kulitsky@yandex.ru

Метрики в пределе бесконечного импульса Пенроуза, представляющие собой плосковолновые решения уравнений Эйнштейна (pp-wave), являются востребованными в контексте теорий супергравитации, суперструн, а также в голографических соответствиях. Они относятся к типу N согласно классификации Петрова-Пирани. Интерес к типу N связан также с открытием гравитационных волн, которые принадлежат к данному классу. Рассмотрим подкласс pp-wave вида

$$ds^2 = -\delta(u)f(x)du^2 + dudv - dx_i^2,$$

где $i = 1, 2$, $\rho = \sqrt{x_i^2}$, функция $f(x)$ зависит от конкретного вида типа метрики. Например для метрики ударной гравитационной волны Айхельбурга-Сексля [1] $f(x) = -8p \ln \rho$, где p – энергия ударной волны, для бустированной метрики Taub NUT [2] $f(x) = -8k \tan^{-1} \frac{x_1}{x_2}$, k – NUT параметр, для бустированного решения Эйнштейн-Максвелл-дилатон (EMD) [3] $f(x) = -8p \ln \rho + \frac{3-4\alpha^2}{1-\alpha^2} \frac{\pi p_e}{\rho}$, где α – константа связи, p_e – заряд.

При рассмотрении теории полей высших спинов в искривлённом пространстве-времени возникают трудности, связанные с расщеплением систем связанных уравнений на полевые компоненты. В этом контексте эффективным методом анализа волновых уравнений является формализм, предложенный Ньюменом и Пенроузом [4], а также метод построения решения с использованием потенциалов Дебая [5], которые изначально были адаптированы для свободных безмассовых полей на фоне чернотырных решений типа D. Автору удалось обобщить [6] данные методы на случай невакуумных pp-wave, между тем вопрос с массивными полями до настоящего времени не был рассмотрен.

Потенциалы Дебая позволяют эффективно редуцировать число вещественных функций, связывающих свободные безмассовые поля высших спинов до двух, посредством одной комплексной функции (потенциала Дебая), что соответствует их числу степеней свободы. Однако массивные поля могут иметь отличное от двух число степеней свободы (3 поляризации в случае массивного векторного поля, 5 в случае линейризованной гравитации).

Здесь предлагается новая процедура построения решения для уравнения Прока на фоне pp-wave. Решение будет состоять из двух частей. Первая представляет собой модифицированное выражение для вектор-потенциала, которое использовалось в безмассовом случае

$$A^\mu = [\bar{m}^\mu D - l^\mu \delta] \psi, \quad \square \psi = [4\partial_x \partial_v + 4\delta(u)f(\rho)\partial_v^2 - \partial_{x_i}^2] \psi = 0,$$

с заменой потенциала Дебая ψ на ψ' , являющийся решением массивного уравнения Клейна–Гордона $\square \psi' + m^2 \psi' = 0$. Комплексный вектор-потенциал здесь подразумевает наличие двух независимых поляризаций, реализующихся в виде его реальной и мнимой части

$$A_{1,2}^u = 0,$$

$$A_{1,2}^v = 2 \int ([k_{x_1} - q_{x_1}] - i[k_{x_2} - q_{x_2}]) \exp[iW] \frac{dq}{(2\pi)^2} dx',$$

$$A_{1,2}^{x_1} = \int k_v \exp \int \exp[iW] \frac{dq}{(2\pi)^2} dx',$$

$$A_{1,2}^{x_2} = -i \int k_v \exp \int \exp[iW] \frac{dq}{(2\pi)^2} dx',$$

где $W = -\frac{k_v}{2}(v - \theta(u)f(\rho)) - \frac{(k-q)^2 + m^2}{2}u + kx + q(x' - x)$.

Добавление к данному решению модифицированной «чистой калибровки» $A^\mu = \nabla^\mu \psi$, которая в массивном случае представляет собой динамическое условием связи, накладываемое на компоненты вектор-потенциала, даёт третью недостающую поляризацию

$$A_3^u = \int k_v \exp \int \exp[iW] \frac{dq}{(2\pi)^2} dx',$$

$$A_3^v = \int \left[\frac{(k-q)^2 + m^2}{2}u + k_v \delta(u)f(\rho) \right] \exp[iW] \frac{dq}{(2\pi)^2} dx',$$

$$A_3^{x_1} = \int (k_{x_1} - q_{x_1}) \exp \int \exp[iW] \frac{dq}{(2\pi)^2} dx',$$

$$A_3^{x_2} = \int (k_{x_2} - q_{x_2}) \exp \int \exp[iW] \frac{dq}{(2\pi)^2} dx'.$$

Полное точное решение уравнения Прока определяется как линейная комбинация $A^\mu = C_1 A_{1,2}^\mu + C_2 A_3^\mu$. По подобной схеме также можно построить также решение массивного уравнения Дирака.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта 17-02-012999а.

Литература

- [1] P. C. Aichelburg and R. U. Sexl, "On the Gravitational field of a massless particle," *Gen. Rel. Grav.* **2**, 303 (1971).
- [2] R. Argurio, F. Dehouck and L. Houart, "Boosting Taub-NUT to a BPS NUT-wave," *ЖНЕР* **0901**, 045 (2009).
- [3] R. G. Cai, J. Y. Ji and K. S. Soh, "Ultrarelativistic limits of boosted dilaton black holes," *Nucl. Phys. B* **528** (1998) 265
- [4] E. Newman and R. Penrose, "An Approach to gravitational radiation by a method of spin coefficients," *J. Math. Phys.* **3** (1962) 566.
- [5] R. M. Wald, "Construction of Solutions of Gravitational, Electromagnetic, Or Other Perturbation Equations from Solutions of Decoupled Equations," *Phys.Rev. Lett.* **41** (1978) 203.
- [6] Кулицкий А. В. "Унифицированное описание полей различных спинов в метриках типа N," *Пространство, время и фундаментальные взаимодействия.* 2018. № 1. С. 13—20.

ТЕРМОДИНАМИКА ДВУХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ

Лукманов А.Р.

*МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия**E-mail: lukmanov.ar17@physics.msu.ru*

В работе рассматривается необратимая марковская динамика двухуровневой система (с частотой перехода ω_0) в бозонном резервуаре, температура которого равна T , а интенсивность взаимодействия с ним характеризуется скоростью спонтанного перехода $\gamma_0 > 0$ с верхнего уровня на нижний при нулевой температуре. Уравнение Горини–Коссаковского–Сударшана–Линдблада для редуцированной матрицы плотности такой системы (если пренебречь сдвигами Лэмба и Штарка) имеет вид [1]:

$$\dot{\rho}(t) = -i \left[\frac{\omega_0}{2} \sigma_z, \rho(t) \right] + \gamma_0 n \left(\sigma_+ \rho(t) \sigma_- - \frac{1}{2} \sigma_- \sigma_+ \rho(t) - \frac{1}{2} \rho(t) \sigma_- \sigma_+ \right) + \\ + \gamma_0 (n+1) \left(\sigma_- \rho(t) \sigma_+ - \frac{1}{2} \sigma_+ \sigma_- \rho(t) - \frac{1}{2} \rho(t) \sigma_+ \sigma_- \right),$$

где

$$n = \frac{1}{e^{\frac{\omega_0}{T}} - 1}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

а $\rho(t)$ — матрица плотности 2×2 , то есть:

$$\rho(t) \in \mathbb{C}^{2 \times 2}, \quad \rho(t) = \rho^\dagger(t) \geq 0, \quad \text{Tr } \rho(t) = 1$$

Нас, в первую очередь, интересуют термодинамические свойства данной модели.

В данном исследовании, исходя из уравнения динамики матрицы плотности, была посчитана средняя энергия двухуровневой системы, энтропия двухуровневой системы, элементы матрицы плотности и изменение средней энергии в зависимости от времени t . В частности были получены элементы матрицы плотности и изменение средней энергии в пределе больших времён. Кроме того, было проверено выполнение аналога второго начала термодинамики для такой системы.

Литература

1. Бройер Х.-П., Петруччионе Ф. Теория открытых систем – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. – 824 с.
2. Gemmer J., Michel M., Mahler G. Quantum thermodynamics: Emergence of thermodynamic behavior within composite quantum systems. – Springer, 2009. – V. 784.
3. Kosloff R. Quantum thermodynamics: A dynamical viewpoint // Entropy. – 2013. – V. 15. – №. 6. – p. 2100 – 2128.

ДЕФЕКТЫ В ДВУМЕРНЫХ РЕШЕТОЧНЫХ МОДЕЛЯХ

Лукомская М.В

*МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия**E-mail: mv.lukomskaya@physics.msu.ru*

В работе осуществляется исследование влияния дефектов на электронные свойства графена. Основным подходом в исследованиях являются двумерные решеточные моде-

ли. Графен имеет высокую подвижность носителей заряда, что делает его очень перспективным для использования в различных областях нанотехнологий.

Графен — двумерная аллотропная модификация углерода, образованная слоем атомов углерода толщиной в один атом, находящихся в sp^2 -гибридизации и соединённых посредством σ - и π -связей в гексагональную двумерную кристаллическую решётку. На краях зоны Бриллюэна (рис.1.) в точках К и К' (точки Дирака) зона проводимости и валентная соприкасаются (рис.2.), здесь закон дисперсии носителей линеен $E = \pm \hbar v_F k$, где \hbar — постоянная Планка, v_F — скорость Ферми, k — модуль волнового вектора в двумерном пространстве с компонентами (k_x, k_y) .

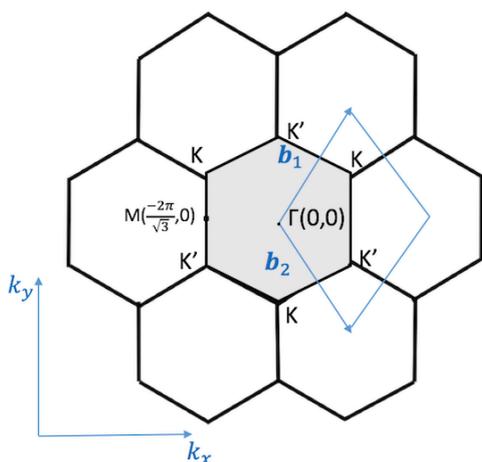


Рис.1. Зона Бриллюэна

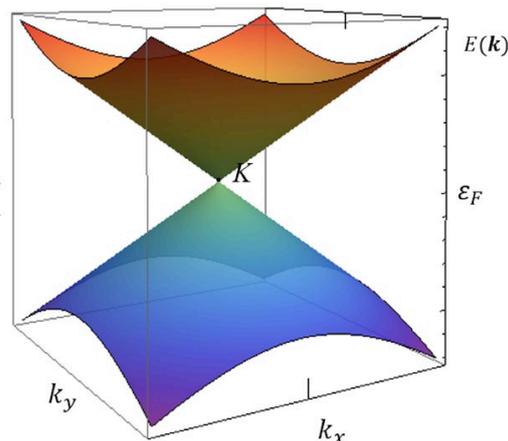


Рис.2. Энергетический спектр Графена в окрестности точки Ферми

Граничные эффекты в графене оказывают влияние на энергетический спектр. Например топология границ графеновых нанолент определяет нелинейный закон дисперсии и проводящие свойства. Аналогичные явления должны возникать и в случае протяженных дефектов листа графена. Показано, как дефекты с различной топологией границ деформируют энергетический спектр.

Литература

1. Kotov V.N., et al. Electron-electron interactions in graphene: Current status and perspectives// Rev. of Mod. Phys. 2012. V. 84 (3), P. 1067.
2. Kyoko Nakada, et al. Edge state in graphene ribbons: Nanometer size effect and edge shape dependence// Phys. Rev. B 1996. V. 54, P. 17954

БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИЯ ФОТОНОВ В РЕЗОНАТОРЕ С ДВУМЕРНЫМ ЭЛЕКТРОННЫМ ГАЗОМ

Максимов Т.В.¹, Курбаков И.Л.², Лозовик Ю.Е.^{1,2}

¹ НИЯУ МИФИ, Москва, Россия

² Институт спектроскопии РАН, Троицк, Россия

E-mail: bygrus@yandex.ru

Бозе-конденсация фотонов при комнатной температуре была реализована недавно в сферической ловушке микрополости, заполненной раствором органического красителя [1]. В силу граничных условий на зеркалах резонатора фотоны становятся эффективно массивными квазидвумерными частицами. При этом они не взаимодействуют друг с другом, и потому могут релаксировать только при наличии внутри резонатора активной

среды. В работе [1], благодаря многократным событиям поглощения и переиспускания фотона молекулами красителя, фотонам удается приписать слабое отталкивательное взаимодействие, что позволяет достичь бозе-конденсации. Задача данной работы – предложить систему, альтернативную описанной в [1], где могла бы иметь место бозе-конденсация квазидвумерных фотонов. Основываясь на идее сильного взаимодействия фотонов с плотным электронным газом (в металле – в отличие от взаимодействия фотонов с полупроводником), предлагается использовать в качестве активной среды микрорезонатора свободный (слабо коррелированный) электронный газ. В качестве реализации рассматривается слой полуметалла конечной толщины (т.е. квазидвумерный случай, см., например, [2]).

Электронный газ в режиме слабых корреляций описывается в приближении Хартри-Фока (ХФ) с экранированным кулоновским потенциалом. Данное приближение справедливо в случае малости отношения $V_{ex}(p)/K(p)$, где $V_{ex}(p)$ – добавка к спектру электронного газа за счет экранированного кулоновского взаимодействия и взаимодействия через виртуальный фотон, а $K(p)$ – кинетическая энергия электронов. Причем ХФ-взаимодействие отлично от нуля лишь вблизи импульса Ферми p_F , а при импульсах $p \gg p_F$ или $p \ll p_F$ им можно пренебречь. Были рассчитаны поправки к спектру и получен режим, при котором добавка к энергии электронов за счет взаимодействия мала по сравнению с энергией Ферми. Поправка, связанная с кулоновским взаимодействием, имеет характерное значение $\sim e^2/\epsilon L \cdot \log(1 + \pi^2 r_d^2 (p_F^2 - p_z^2 - p^2)/\hbar^2)$, где L – ширина слоя с электронами, ϵ – диэлектрическая проницаемость слоя, содержащего электроны, r_d – дебаевский радиус экранировки, p_F – импульс Ферми, $p_z = \pi \hbar n/L$ – импульс в направлении, перпендикулярном слоям, где n – квантовое число электрона по оси z , p – двумерный импульс электрона в плоскости слоев. Поправка за счет образования виртуального фотона имеет характерное значение $\sim E_F/mc^2 \sim 10^{-5}$, где $E_F \sim 1 \text{ эВ}$ – энергия Ферми, $mc^2 \sim 10^5 \text{ эВ}$ – энергия покоя электрона.

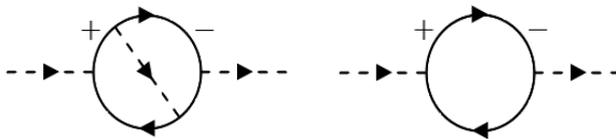


Рис. 1. Диаграммы Келдыша для эффекта Комптона (левая) и фотоэффекта (правая). Для электронов учтено ХФ-взаимодействие. Пунктирная линия на диаграммах отвечает фотонам, сплошная линия отвечает электронам.

Как известно, бозе-конденсация фотонов в микрополости возможна лишь в системе, в которой релаксация с сохранением числа фотонов гораздо сильнее, чем процессы, в которых число фотонов не сохраняется [3]. В качестве параметра мощности процесса, сохраняющего или не сохраняющего количество фотонов, было рассмотрено количество фотонов, участвующих во взаимодействии с электронным газом в единицу времени, причем при описании взаимодействия учитывались эффект Комптона и фотоэффект. Диаграммы этих процессов (в технике Келдыша) представлены на рис. 1.

Фотоэффект в системе двумерных фотонных и электронных газов не возникает, как и в трехмерии, из-за нарушения закона сохранения импульса, а энергии фотонов слишком малы для образования электроно-дырочных пар.

При рассмотрении эффекта Комптона было получено характерное время электрон-фотонного взаимодействия (было рассчитано количество фотонов, участвующих в комптоновском рассеянии за единицу времени, с учетом размерного множителя): $\tau \sim \hbar(\hbar\omega_0 \cdot mc^2/E_F^3)/(N\alpha^2)$, где N – число электронных слоев, $\hbar\omega_0 = \pi \hbar c/L_p \sqrt{\epsilon}$ – низшая фотонная мода резонатора, L_p – ширина микрорезонатора, ϵ – средняя диэлектрическая проницаемость заполняющей его среды, α – постоянная тонкой структуры.

В качестве конкретной материальной реализации рассматривалось 400 слоев GaAs толщиной $L = 4 \cdot 2.8 \text{ \AA}$ (один слой состоит из 4 монослоев GaAs), разделенных 5 монослоями GaN, скоторыми фотоны взаимодействуют слабее. Параметры для GaAs: $\epsilon_{sp} = 12.5$, $E_F = 0.3 \text{ эВ}$, $m^* = 0.067 \cdot m_0$ – эффективная масса электрона, m_0 – масса свобод-

ного электрона, ширина микрополости $L_p = 1$ мкм, причем мода выбирается такой, чтобы энергия фотона была меньше 2.1 эВ (данная величина отвечает сумме ширины электронной щели GaAs, энергии поперечного квантования электрона и энергии Ферми) – т.е. энергии, при которой могут начать возникать электрон-дырочные пары. При этих характеристиках полученное характерное время комптоновского взаимодействия составляет 58 нс.

Таким образом, в работе получено время взаимодействия двумерного фотонного газа на электронных слоях, помещенных в микрорезонатор. Показано, что временем можно управлять, варьируя ширину микрополости. Рассмотренный в работе механизм релаксации фотонов позволяет предложить новую схему для реализации их бозе-конденсированного состояния.

Исследование поддержано грантом РФФИ № 19-02-00793.

Литература

- [1]. J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, and M. Weitz // Nature (London) **468**, 545 (2010).
- [2]. A.K. Fedorov, I.L.Kurbakov, Yu.E.Lofovik // Phys. Rev. B **90**, 165430 (2014).
- [3]. I. Carusotto, C. Ciuti // Rev. Mod. Phys. **85**, 299 (2013).

ХАОТИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ В СКАЛЯРНОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Маслов В.Е.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: vasilevgmaslov@gmail.com

Известно, что статические уравнения для N (1+1)-мерных скалярных полей $\varphi_i(x)$ со скалярным потенциалом $V(\varphi)$ формально эквивалентны механическим уравнениям движения N -мерной точечной частицы с координатами $\varphi_i(x)$ в потенциале $U = -V$. [1] К примеру, статические уравнения в модели полей $\varphi_1(x)$ и $\varphi_2(x)$ описывают двумерное механическое движение. В пределе, когда поле $\varphi_2(x)$ можно считать фиксированным, уравнения на $\varphi_1(x)$ получаются такими же, как для одномерной частицы, движущейся под действием внешней силы, явно зависящей от «времени» x . Используя эту простую механическую аналогию, можно изучать статические решения в моделях (1+1)-мерных скалярных полей — в частности, солитонные решения, имеющие конечную энергию.

Вышеприведенная аналогия показывает, что статические решения в моделях двух и более (1+1)-мерных скалярных полей должны принципиально отличаться от решений в теории одного поля. Действительно, одномерные механические движения всегда интегрируемы благодаря закону сохранения энергии, в то время как многомерные движения, равно как и одномерные движения под действием внешней силы, зависящей от «времени» x , вообще говоря, приводят к динамическому хаосу. Таким образом, и солитонные решения в (1+1)-мерных моделях нескольких скалярных полей соответствуют хаотическим движениям аналогичной механической системы.

В настоящей работе рассмотрена модель скалярного поля в модели синус-Гордона во внешнем потенциале, который для простоты выбран в виде пространственно-периодического ряда дельта-функций. Этот внешний потенциал приведет к появлению добавки в статическое полевое уравнение, которое примет вид

$$\varphi'' = \sin \varphi \left(1 + \varepsilon \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - nD) \right),$$

где D – период внешнего возмущения. Это уравнение решается путём последовательной сшивки решений невозмущенного уравнения в точках воздействия дельта-функций.

Такие модели встречаются в физике конденсированного состояния вещества. В частности, показано, что уравнением синус-Гордона описывается поведение двух взаимодействующих бозе-конденсатов – например, холодных атомов ^{87}Rb , помещённых в двойную яму [3]. Поскольку коэффициент перед синусом в уравнении синус-Гордона для такой системы зависит от параметров двойной ямы, то меняя их вдоль одной из осей, мы получаем зависимость коэффициента перед синусом от соответствующей пространственной координаты. Если такие возмущения периодичны и каждое из них занимает небольшую область в пространстве, то их приближенно можно описывать дельта-функциями, и мы получаем уравнение выше.

Многосолитонные статические решения найдены для различных параметров ε численно, методом пристрелки. Для случая $D \gg 1, \varepsilon \ll 1$, соответствующего слабому внешнему возмущению, одно- и двухсолитонные решения найдены также аналитически с помощью теории возмущений по малому параметру $e^{-D/2}$. Получено ограничение на параметры модели, при которых возможно существование статических двухсолитонных решений: кинк и антикинк, разделённые n дельта-функциями, могут существовать при $\varepsilon > 2 e^{-(n-1)D}$; а два кинка – при $\varepsilon > 54 e^{-(n+1)D}$. Показано, что при $\varepsilon \sim 0.1$ наступает «полностью хаотический» режим, т.е. участки хаотического движения заполняют собой почти всё фазовое пространство.

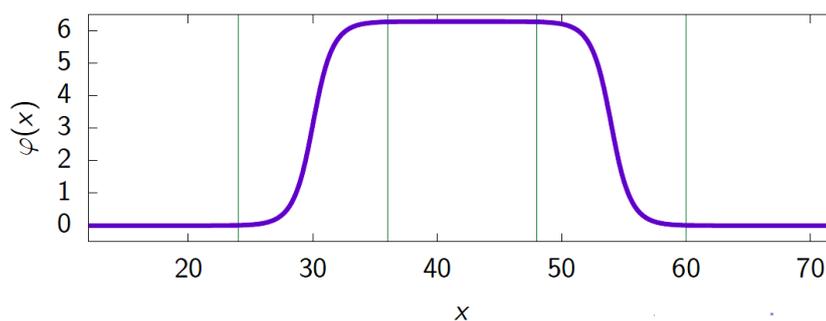


Рис.1. Двухсолитонная конфигурация кинк-антикинк, найденная численно. Точки действия дельта-функций отмечены вертикалями.

Изучена стабильность найденных решений. Поскольку в силу метода разделения переменных возмущение над солитоном можно искать в виде $\theta(x)e^{i\omega t}$, то изучение стабильности сводится к изучению спектра соответствующего уравнения Шредингера на предмет наличия отрицательных собственных значений ω^2 . Солитон стабилен, если у соответствующего уравнения Шредингера нет отрицательных собственных значений [1]. Таким образом, изучение стабильности было произведено путем решения уравнения Шредингера с нулевым собственным значением, поскольку в силу осцилляторной теоремы, отсутствие корней у такого решения равносильно отсутствию отрицательных собственных значений уравнения Шредингера.

Получена зависимость числа стабильных солитонов, локализованных на определённом интервале, от параметра возмущения ε . Изучены количественные характеристики динамического хаоса, как для всей системы, так и для класса стабильных солитонов. С помощью алгоритма, предложенного в [4], посчитана колмогоровская энтропия для всей динамической системы. Посчитан аналог топологической энтропии для стабильных солитонов. Также изучена фрактальная структура множества стабильных солитонов.

Литература

1. В.А. Рубаков «Классические калибровочные поля: Бозонные теории», УРСС, Москва, 2014.

2. Г.М. Заславский, Р. З. Сагдеев «Введение в нелинейную физику: от маятника до турбулентности и хаоса». Москва, Наука, 1988.

3. T.Schweigler et al. On solving quantum many-body problem by experiment. Nature 545, 323-326, 2017.

4. Y. Termonia, Kolmogorov entropy from a time series. Phys. Rev. A 29, 1612 (1984).

ЦВЕТНЫЕ ПОЛИНОМЫ АЛЕКСАНДЕРА И ИЕРАРХИЯ КП

Мишняков В.В.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет. Москва, Россия

Теория узлов изучает топологию вложений окружности в трехмерное пространство. Сегодня основной интерес представляет исследование связей между этой наукой и различными моделями в теоретической физике. Например, было обнаружено, что вакуумные средние петель Вильсона в теории Черна-Саймонса с калибровочной группой $SU(N)$ приводят к, так называемым, квантовым инвариантам - крашенным полиномам HOMFLY. Так же широко известна возможность получать полиномиальные инварианты узлов из R-матриц интегрируемых моделей статистической физики.

Доклад посвящен свойству крашенного полинома Александра (специального предела крашенного полинома HOMFLY), которое связывает его значения в фундаментальном и произвольном представлении. Петлевое разложение этого полинома наследует структуру полинома HOMFLY, которая обсуждается во многих работах, а именно, каждый порядок имеет вид полинома от собственных значений операторов Казимира алгебры $SU(N)$ в соответствующем представлении. Таким образом свойство полинома Александра переносится в каждый порядок разложения. Его можно рассмотреть, как систему уравнений на коэффициенты перед мономами из инвариантов Казимира. Оказывается, что решения этой системы эквивалентны уравнениям иерархии Кадомцева-Петриашвили (КП), записанной через операторы Хироты. Это дает новый пример связи полиномов узлов с интегрируемыми системами, который интересен в том числе, и тем, что предел, дуальный к пределу крашенного полинома Александра - специальный полином, так что связан с иерархией КП, но уже с её решениям, а не уравнениями

ОСОБЕННОСТИ СПЕКТРОВ ДВОЙНОЙ ФОТОИОНИЗАЦИИ ДВУХЭЛЕКТРОННЫХ ПРИМЕСНЫХ ЦЕНТРОВ В КВАЗИНУЛЬМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

Кревчик В.Д., Будянский П.С., Мойко И.М.

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

E-mail: physics@pnzgu.ru

Проведено обобщение метода потенциала нулевого радиуса на случай двухэлектронных примесных центров с эффективным зарядом ядра равным нулю в сферически – симметричной квантовой точке (КТ). Вариационным методом рассчитан первый потенциал ионизации двухэлектронного примесного центра и исследована его зависимость от второго потенциала ионизации и радиуса КТ. Показано, что с уменьшением радиуса КТ уменьшается пороговое значение второго потенциала ионизации, начиная с которого возможно существование двухэлектронного связанного состояния из-за роста энергии размерного квантования, сопровождающегося подавлением электронных корреляций. В дипольном приближении рассчитан коэффициент примесного поглощения света при двойной ионизации двухэлектронного

примесного центра одним фотоном в квазиульмерной структуре, представляющей собой прозрачную диэлектрическую матрицу с синтезированными в ней полупроводниковыми КТ. Показано, что характерной особенностью спектра двойной фотоионизации является двугорбый профиль спектральной кривой, обусловленный электронными корреляциями (рис. 1).

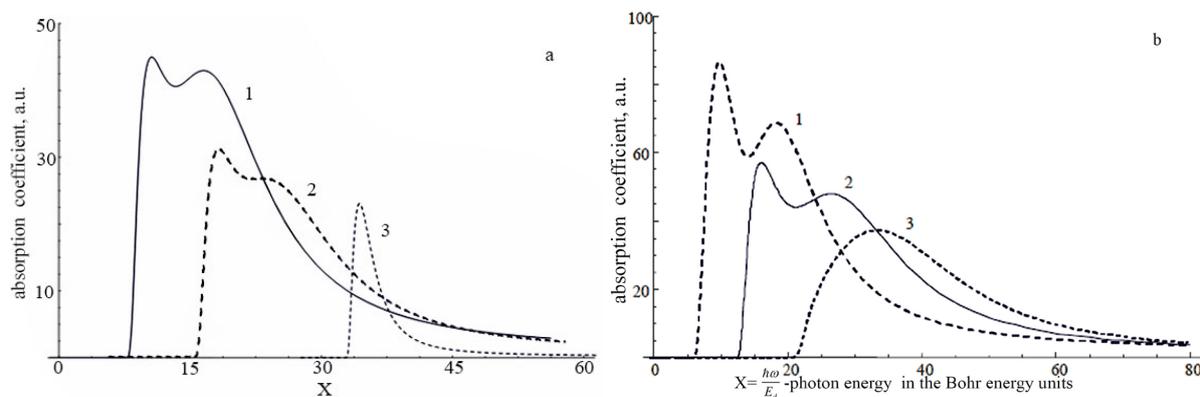


Рис.1 Спектральная зависимость коэффициента поглощения света при двойной фотоионизации двух-электронных примесных центров в квазиульмерной структуре: *a* – для различных значений второго потенциала ионизации E_2 : 1 – $E_2 = 0,04$ эВ; 2 – $E_2 = 0,05$ эВ; 3 – $E_2 = 0,08$ эВ; *b* – для различных значений R_0^* : 1 – 3; 2 – 1; 3 – 0.5, при $E_2 = 0,04$ эВ.

Литература

1. V.D. Krevchik, A.V. Razumov, P.S. Budyansky and I.M. Moiko, *Journal of Physics: Conference Series* **690**, 012027 (2016).

ОБ УСЛОВИЯХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ ПОД ОБЛУЧЕНИЕМ

Морозов В.М.

Ульяновский государственный университет,
инженерно-физический факультет высоких технологий, Ульяновск, Россия
E-mail: aieler@rambler.ru

В настоящее время существует множество экспериментальных фактов, указывающих на формирование в конденсированных средах регулярных структур, в том числе периодических и квазипериодических, под действием внешнего облучения. Данная работа посвящена исследованию условий возникновения периодических структур, а также поиску периодических решений в рассматриваемых моделях.

Под действием внешнего излучения в среде образуются точечные дефекты – вакансии и межузельные атомы. Динамика точечных дефектов в среде описывается уравнением нелинейной диффузии типа:

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} - \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial}{\partial z^\alpha} \left(D(n) \frac{\partial n}{\partial z^\alpha} \right) = \gamma J(n) - \mu n + G, \quad (1)$$

в котором члены в правой части учитывают взаимодействие между дефектами и наличие стоков, а G - источник дефектов, в общем случае зависящий от координат.

Особенностью возникающих структур, является то, что их период значительно превосходит период решетки материала, а возникновение структур происходит при временах облучения, превышающих некоторое пороговое значение. Разделение пространственных и временных масштабов на «большие» и «малые», позволяет применить для исследования уравнения (1) метод многомасштабных разложений.

Исследование уравнения (1) приводит к уравнению для медленных амплитуд концентраций A , описывающих процесс возникновения периодических структур:

$$\frac{\partial A}{\partial T} = \Delta(D(g)A) + P'(g)A, \quad (2)$$

где g - безразмерный внешний источник, а $P(g)$ – безразмерное слагаемое, соответствующее нелинейность в правой части исходного уравнения.

Особенностью уравнения (2) является зависимость коэффициента диффузии от внешнего источника, что позволяет для конкурентного коэффициента диффузии получить условия возникновения периодических структур.

В работе так же получены условия на период структуры, соответствующее условию роста периодического решения со временем.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ (в рамках Государственного задания № 3.2111.2017/4.6).

Литература

1. С.А. Ахманов, В.И. Емельянов, Н.И. Коротеев, В.Н. Семиногов. УФН 147, 675 (1985).
2. В.М. Журавлев, И.О. Золотовский, Д.А. Коробко, В.М. Морозов, В.В. Светухин, И.О. Явтушенко, М.С. Явтушенко. Лазерно-индуцированная генерация поверхностных периодических структур в средах с нелинейной диффузией. ФТТ, 2017, том 59, вып. 12, с. 2291-2998
3. Sakabe M. S., Hashida M., Tokita S., Namba S., Okamura K. Phys. Rev. B. 2009, vol. 79, pp. 033409–033412.

АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ СВОЙСТВ УПОРЯДОЧЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОТОКОВ В ЧЕТЫРЕХМЕРНОЙ КАЛИБРОВОЧНОЙ ХУ-МОДЕЛИ

Мостовой С.Д.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: smostovoy@mail.ru

Многие решеточные теории поля с непрерывной симметрией имеют особое значение в теоретической физике ввиду наличия фазового перехода с особыми свойствами – БКТ-перехода [1, 2]. Данный тип переходов связан с возникновением топологических дефектов, часто называемых вихрями или монополями. Вместе с тем классический переход по спонтанному нарушению в таких моделях невозможен [3]. Среди разнообразия решеточных теорий поля особую важность представляют калибровочные теории. Необходимость применения таких решеточных теорий связана с тем, что их непрерывный предел приводит к калибровочным полям, используемым в физике фундаментальных взаимодействий. В качестве примеров укажем компактную решеточную электродинамику [4, 5] и решеточную глюодинамику [6]. В частности, в таких моделях существует характерный для более сложных решеточных теоретико-полевых моделей фазовый переход конфайнмент-деконфайнмент, являющийся краеугольным камнем в теории сильного взаимодействия – решеточной КХД.

В работе рассматривается простейшая калибровочная решеточная теория с непрерывной группы симметрий – ХУ-модель (компактная электродинамика). Абелева ре-

шеточная теория была сформулирована Вильсоном в 1974 году. Дадим определение модели согласно [5]. Будем рассматривать четырехмерную гиперкубическую решетку с заданными комплексными числами единичного модуля в линковых переменных. Калибровочная свобода такого линкового поля заключается в существовании преобразования каждого линка при помощи произвольного узлового (заданного в узлах) поля, тоже унимодулярного. Калибровочно-инвариантными являются физические величины, представляющие собой произведения линков по замкнутым контурам. В качестве стандартных наблюдаемых такого рода рассматривают петли Вильсона. Оказывается, что петли являются параметром порядка и в нашем исследовании мы их активно используем.

Известно [3], что в калибровочной XY-модели существует фазовый переход, наличие которого выражается в изменении зависимости усредненной петли Вильсона от ее размера: «площадной» закон при малых значениях β сменяется «периметрическим» при больших значениях. Аналогично фазовый переход может быть обнаружен при помощи анализа поведения среднего плакета (плакет – петля Вильсона размера 1×1).

Наше исследование выполнено путем численного усреднения наблюдаемых методом Монте Карло. По сравнению с попытками аналитического расчета такой способ дает возможность исследования широкого диапазона параметров, а также позволяет ввести дополнительные слагаемые в действие S для изменения статического веса топологических дефектов. В качестве базового мы используем следующее выражение:

$$S = \beta \sum u_p - \lambda \sum |M_{x,\mu}|,$$

где β и λ суть фиксированные параметры, u_p есть плакет (произведение четырех линков, взятых в определенном порядке), $M_{x,\mu}$ – магнитный поток, вычисляемый по дефектностям плакетов, а суммирование идет по всем узлам и направлениям решетки. Легко видеть, что при отрицательном коэффициенте λ дефекты начинают давать положительный вклад в действие, что (с учетом минуса в экспоненте статистической суммы) увеличивает статистический вклад от дефектов. Эффективно, системе выгодно порождать сильные магнитные потоки, что приводит к генерации дефектов. Этот факт известен [7]. Однако нас заинтересовал вопрос, распределены ли появляющиеся дефекты каким-либо упорядоченным образом в объеме решетки и каковы характеристики такой намагниченной среды.

В представляемой работе проанализирован широкий диапазон величин параметров действия S и обнаружено, что помимо четко локализуемого БКТ-перехода существует еще один переход, который может быть интерпретирован как «конденсация» магнитных потоков. Предпринята попытка поиска границы перехода на фазовой диаграмме, а также идентификация соответствующих областей на основе анализа плакет-плакетных корреляторов в зависимости от расстояния между плакетами. В результате получены объективные аргументы в пользу наличия группировки и упорядочения дефектов-вихрей в решетку монополей наиплотнейшей упаковки.

Было показано возникновение объемных структур сложной формы, а также предложен алгоритм построения визуальной картины распределения потоков в объеме решетки. Структуры, сконструированные указанным образом, предлагается назвать нитями. Для исследования свойств нитей были построены их распределения по совокупности геометрических величин, которые показали закономерность, не хаотичность появления магнитных потоков. Выдвинуто предположение относительно природы возникновения и изменения нитей в зависимости от параметров модели. Рассмотрено влияние эффекта конечного объема на результаты вычислений.

Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М.В. Ломоносова [8].

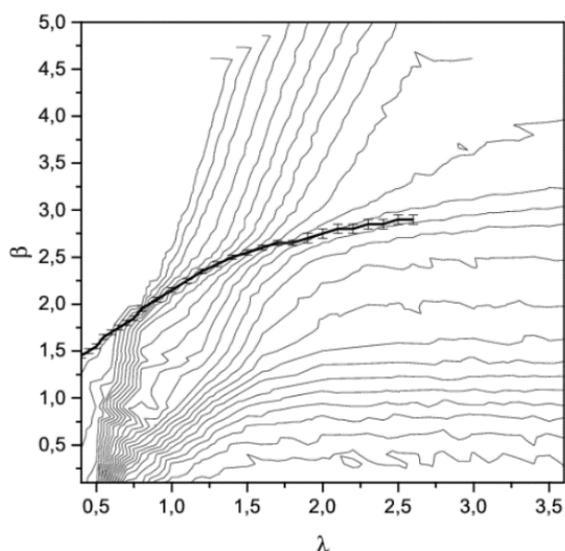


Рис. 1. Фазовая диаграмма, отражающая изменение плакет-плакетного коррелятора на расстоянии l .

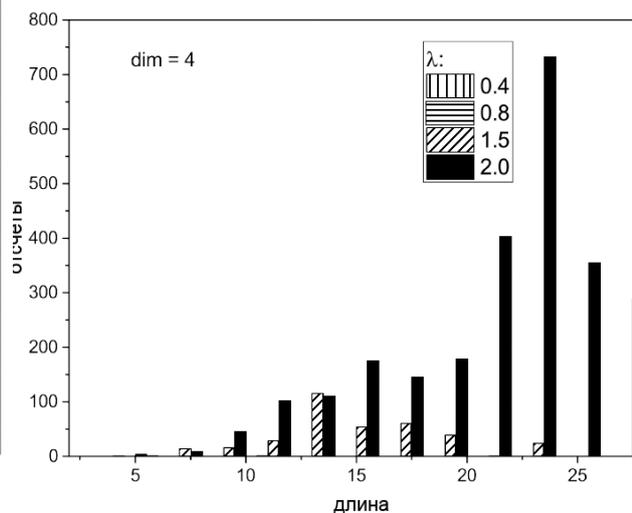


Рис. 2. Гистограмма нитей, расположенных во всех четырех измерениях, в зависимости от длины.

Литература

1. Березинский, В. Л. ЖЭТФ 1970, 59 (3): 907—920.
2. Kosterlitz, J. M.; Thouless, D. J. // Journal of Physics C: Solid State Physics 1973 6: 1181—1203.
3. J. Kogut An introduction to lattice gauge theory and spin systems // Rev. Mod. Phys. 1979, 51(4), 659—713.
4. T. A. DeGrand and Doug Toussaint // Phys. Rev. D 1980, 22, 2478.
5. Werner Kerler, Claudio Rebbi, and Andreas Weber // Phys. Rev. D 1994, 50, 6984.
6. В.Г. Борняков, М.И. Поликарпов, Т. Судзуки, М.Н. Чернодуб, Г. Шииергольц // УФН 174 19–38 (2004)
7. James S. Barber, Robert E. Shrock // Nuclear Physics B, Volume 257, 1985, p. 515-530.
8. Владимир Воеводин, Сергей Жуматий, Сергей Соболев, Александр Антонов, Петр Брызгалов, Дмитрий Никитенко, Константин Стефанов, Вадим Воеводин. Практика суперкомпьютера "Ломоносов" // Открытые системы, N 7, 2012. С. 36-39.

ПОВЕДЕНИЕ КОГЕРЕНТНЫХ ВИХРЕЙ В ТРЕХМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ

Вергелес С.С.^{1,2}, Огородников Л.Л.¹

¹НИУ Высшая школа экономики, Москва, Россия

²ИТФ им. Л.Д. Ландау, Московская обл., г. Черноголовка, Россия

Уравнению Навье-Стокса, главному для гидродинамики, скоро исполняется 200 лет [1]. Однако до сих пор его решение для многих экспериментально наблюдаемых систем и практически важных задач [2] представляет трудность, если течения характеризуются большим числом Рейнольдса. В последние десятилетия резко повысилась точность регистрации скорости течения благодаря техническому прогрессу в оптических системах. Параллельно с этим возросла мощность вычислительных машин, что позволило производить массивные симуляции уравнения Навье-Стокса [3]-[4]. Всё это дало пищу для построения теории двумерных когерентных вихрей, что было сделано в последние несколько лет [5]. Одним из следующих достижений статистической гидродинамики вполне могут стать результаты предлагаемого нами исследования — статистической

теории трёхмерных когерентных вихрей в жидкости. Такие вихри наблюдаются как в природе, так и в искусственном эксперименте [6].

Когерентные вихри являются статистически устойчивыми формированиями. В двумерном течении такие вихри компенсируют потерю энергии из-за трения её поступлением непосредственно от мелкомасштабных флуктуаций [5]. Стоит отметить, что в двумерных и трехмерных течениях перетекание энергии между крупномасштабным течением и флуктуациями происходит по-разному [7]. В частности, в двумерном когерентном вихре мелкомасштабные флуктуации, возбуждаемые внешними стохастическими силами, передают кинетическую энергию в вихрь, тогда как в трёхмерном течении энергия передаётся от крупномасштабного сдвигового течения мелкомасштабным флуктуациям. Модель двумерного течения является в большей части случаев упрощённым представлением трёхмерного течения, у которого третья компонента скорости оказывается подавленной. Однако подавление третьей компоненты скорости может быть вызвано вращением и быть несвязанным с геометрическим механизмом. Теорема Прудмана-Тейлора утверждает [8], что при большом числе Россби скорость течения перестаёт изменяться вдоль оси вращения за счёт действия сил Кориолиса. В результате течения в удаленных от центра плоскостях и в третьем направлении оказываются разделёнными. Широко известным примером такого течения является торнадо [9]. Также похожие течения реализуются в жидком внешнем ядре Земли [10]. Фундаментальным принципом построения теории когерентных вихрей является возможность разделения течения на сильное среднее (когерентное) и на слабые флуктуации. Это было бы некорректным делать для развитой изотропной турбулентности, поскольку в ней флуктуации не могут считаться слабыми.

В данной работе изучается трехмерное движение на фоне сильного вращения и слабого сдвигового течения. Целью данной работы является описание эволюции слабых флуктуаций скорости в крупномасштабном сдвиговом течении вращающейся жидкости. В работе устанавливается связь поперечных корреляций флуктуирующей части скорости и поля скорости крупномасштабного течения.

Литература

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц «Теоретическая физика. Гидродинамика», т. VI, ФИЗМАТЛИТ, 2001.
2. Saffman P. G. «Two-Dimensional Problems in Hydrodynamics and Aerodynamics», Journal of the Franklin Institute, 281 (1). pp. 78-79. ISSN 0016-0032. (1966).
3. Diego A. Donzis et al «Vorticity moments in four numerical simulations of the 3D Navier–Stokes equations», Journal of fluid mechanics, Volume 732, pp. 316-331 (2013).
4. Christopher J. Subich, Kevin G. Lamb and Marek Stasna «Simulation of the Navier-Stokes equations in three dimensions with a spectral collocation method» Int. J. Numer. Meth. Fluids 2013; 73:103–129.
5. Kolokolov, I. & Lebedev, V. (2016). Structure of coherent vortices generated by the inverse cascade of two-dimensional turbulence in a finite box. Physical Review E, 93(3), 033104.
6. Orlov, A. V., Brazhnikov, M. Y. & Levchenko, A. A. (2018). Large-scale coherent vortex formation in two-dimensional turbulence. JETP Letters, 107(3), 157–162.
7. Kraichnan R.H. «Small-Scale Structure of a Scalar Field Convected by Turbulence», The Physics of Fluids, 11, 5 (1968).
8. Proudman, J. (July 1, 1916). "On the motion of solids in a liquid possessing vorticity". Proc. R. Soc. Lond. A. 92: 408–424.
9. D.O. Staley and R.L. Gall «Hydrodynamic instability of Small Eddies in Tornado Vortex», Journal of the Atmospheric Sciences, Vol. 41, 3, (1983).
10. Schubert, G. «Treatise on geophysics», Volume 8, Core dynamics (2nd edition). Elsevier. (2015).

ПРИМЕНЕНИЕ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОГО ОСВЕТИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА В УСЛОВИЯХ АРКТИКИ

Попова Я.П.

Северо-Восточный ФУ имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия

E-mail: popova.jana-sofia@yandex.ru

Вопрос развития российской Арктики на сегодняшний день является одной из актуальных тем для обсуждения. При суровых природно-климатических условиях данный регион требует новой стратегии для модернизации своих территорий. Чтобы понять какие сложности возникают при внедрении инновационных технологий целесообразно рассмотреть такой регион, как Республика Саха (Якутия), в которой сосредоточено 40% российской обширной арктической зоны и приравненные к ним местности. Всего таких районов в республике 13.

Климат Якутии во многих отношениях характеризуется как экстремальный, так как он резкой континентальный, отличается продолжительным зимним и коротким летним периодами. Максимальная амплитуда средних температур самого холодного месяца — января и самого теплого — июля составляет 70-75°C. В среднем, на территории Якутии продолжительность отопительного сезона составляет 8-9 месяцев в году, а в арктической зоне - она круглогодична [1]. Помимо этого большой проблемой для якутских арктических зон является короткая продолжительность светового дня и наступление в зимний период полярных ночей, которые длятся от двух недель до месяца. Всё это привело к теории создания низкотемпературного осветительного прибора, работа которой основана на расширении воды при низких температурах. Для чего они нужны? Дело в том, что за счёт отсутствия налаженной логистики в этих районах сильно страдают энергетические сети, которые нуждаются в обслуживании и ремонте. Также это сказывается на работе имеющихся дизельных электростанций, которая зависит от доставки дизеля.

В осенне-зимний период затрачивается огромное количество электроэнергии для освещения улиц, жилых и промышленных зданий, а также различных построек, что является крайне невыгодным, так как требуется дизельное топливо, которое доставляется очень долго и дорого.

Чтобы решить проблему освещения с помощью низкотемпературного осветительного прибора, был проведён эксперимент по расширению воды и вычислительный анализ проходящего цикла. Тепло, выделяемое водой при ее замерзании, которая подается в диспергированном состоянии в замкнутый объем сжатого воздуха при минусовой температуре, преобразовывается в электрическую энергию:

При температуре окружающего воздуха $t = -20^\circ\text{C}$ или $T = 235\text{ K}$ есть возможность реализовать цикл 2-1-3, приведенном на схеме 1, состоящий из адиабаты 2-1, изотермы 1-3 и изобары 3-2. Дадим параметры точек $T_1 = 268^\circ$, $T_2 = 253^\circ$, $T_3 = 268^\circ$, $P_2 = P_3 = 0,981\text{ бар}$. В адиабатном процессе существует зависимость [2]:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{K-1}{K}}, \text{ где } K=1,4.$$

Из данной зависимости можно определить P_1 :

$$\frac{P_2}{\frac{T_2 K - 1}{T_1}} = P_1 = \frac{0,981}{\frac{1,4}{253 \cdot 1,4 - 1}} = 1,2 \text{ бар.}$$

Также необходимо найти объемы в точках цикла из 1 кг воздуха, это можно сделать, выразим объем из уравнения Клапейрона-Менделеева:

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

Следовательно,

$$V_1 = \frac{mRT_1}{MP_1} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 268}{0,029 \cdot 1,2 \cdot 10^5} = 0,64 \text{ м}^3, V_2 = \frac{mRT_2}{MP_2} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 253}{0,029 \cdot 0,981 \cdot 10^5} = 0,74 \text{ м}^3,$$

$$V_3 = \frac{mRT_3}{MP_3} = \frac{1 \cdot 8,31 \cdot 268}{0,029 \cdot 0,981 \cdot 10^5} = 0,78 \text{ м}^3.$$

Далее определим работу цикла при изотермическом расширении 1-3, а также для циклов 2-1 и 3-2:

$$A^{1-3} = \frac{mRT_1}{M} * \ln \frac{P_1}{P_3} = \frac{1}{0,029} * 8,31 * 1,2 * 10^5 * \ln \frac{1,2 \cdot 10^5}{0,981 \cdot 10^5} = 15,4 \text{ кДж},$$

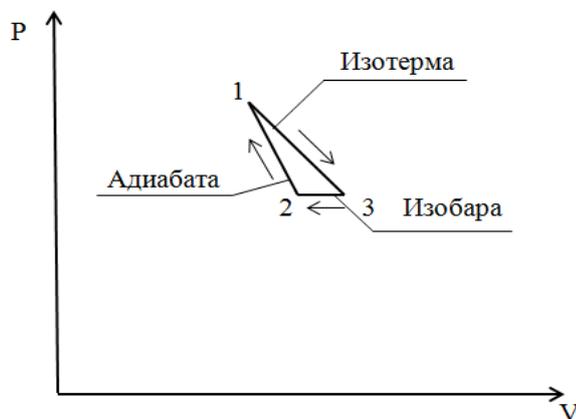
$$A^{2-1} = \frac{m}{M} * \frac{R}{\kappa - 1} * (T_2 - T_1) = 34,5 * 20,8 * (-15) = -10,76 \text{ кДж},$$

$$A^{3-2} = \frac{m}{M} * R * (T_2 - T_3) = 34,5 * 8,31 * (-15) = -4,3 \text{ кДж}.$$

А общая работа цикла $A = -A^{2-1} + A^{1-3} - A^{3-2} = -10,76 + 15,4 - 4,3 = 0,34 \text{ кДж}$.

Выделяемое тепло при замерзании воды затрачивается на изотермический процесс 1-3, равно 15,4 кДж. 1 кг воды при замерзании выделяет тепла $Q = 334,72 \text{ кДж}$. Тогда для одного цикла необходимо: $m = \frac{15,4}{334,72} = 0,046 \text{ кг воды}$. Тогда, на 1 кДж работы нужно $m = \frac{0,046}{0,34} = 0,135 \text{ кг воды}$. Таким образом, из 1 кг воды при ее замерзании теоретически можно получить $A = \frac{1}{0,135} = 7,4 \text{ кДж}$ механической работы, которую можно перевести в электрическую энергию.

Схема 1



Литература

Местников, А.Е. Тепловая защита зданий на севере: материалы, изделия, конструкции / А. Е. Местников, П. С. Абрамова. – М.: Изд-во АВС, 2009. – 5 – 10 с.
www.findpatent.ru (патентный поиск).

ПРОЕКТ ГИБРИДНОЙ СОЛНЕЧНОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ В УСЛОВИЯХ
ЯКУТСКОЙ АРКТИКИ

Попова Я.С.

Северо-Восточный ФУ имени М.К. Аммосова, Якутск, Россия

E-mail: popova.jana-sofia@yandex.ru

Научные руководители:

Лаптева О.И., Егорова Г.Н, старшие преподаватели ФТИ ФГАОУ ВО

«Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова»

Аннотация: в данном проекте рассмотрены перспективы использования возобновляемых и традиционных источников энергии в условиях Арктики на примере Республики Саха (Якутия). Представлен анализ работы СЭС-1МВт в п. Батагай Верхоянского улуса и СЭС-кВт в п. Батамай Кобяйского района. Выявлена вольтамперная характеристика фотоэлементов. Также представлен план реализации гибридной солнечной электростанции (ГСЭС) в Среднеколымском районе.

Ключевые слова: возобновляемые источники энергии, Арктика, трекееры и концентраторы, вольтамперная характеристика, гибридная солнечная электростанция.

Применение возобновляемых источников энергии (ВИЭ) на сегодняшний день является глобальным трендом, основанным на применении возобновляемых природными процессами ресурсов, таких как: солнечный свет, водные потоки, ветер, приливы и геотермальные источники. Именно они выступают в качестве альтернативных ресурсов. Это обусловлено экономическими, социальными и экологическими причинами, в том числе проблемой изменения климата и снижения выбросов парниковых газов. В мире в целом рассматривается и перспектива полного перехода на ВИЭ. Не является исключением и российская Арктика, причем в данном регионе проблемы энергоснабжения стоят острее, чем в основной части страны. Так, территория Республики Саха (Якутия) является крупнейшим регионом России, 40% которой включает в себя обширные арктические зоны и приравненные к ним местности, имеющих огромные запасы природных ресурсов. Развитие этих территорий требует надёжных источников электроэнергии.

Природно-климатические условия Якутии во многих отношениях характеризуются как экстремальные. Климат резко континентальный, отличается продолжительным зимним и коротким летним периодами. Максимальная амплитуда средних температур самого холодного месяца — января и самого теплого — июля составляет 70-75°C. В среднем, на территории Якутии продолжительность отопительного сезона составляет 8-9 месяцев в году, а в арктической зоне – она круглогодична [1], в связи с чем региону нужны новые решения, касающиеся выработки электрической и тепловой энергии. ВИЭ имеют большие перспективы в зонах Арктики и Крайнего Севера, так как территория Якутии, в частности регионы за полярным кругом, всё же считается солнечно активным регионом, где количество солнечных дней в году свыше 2000 солнечных часов в год. Целесообразно проанализировать вклад работы солнечных фотоэлементов в данных условиях.

Получение электроэнергии за счёт солнечного излучения

Солнечные панели (батареи) представляют собой устройства, прямо преобразующие солнечную энергию в постоянный электрический ток. Продуктивность работы солнечной панели напрямую зависит от количества получаемой солнечной энергии. Одной из основных характеристик солнечных элементов является вольтамперная характеристика (ВАХ). С целью получения вольтамперной характеристики солнечных элементов и зависимости вырабатываемой мощности от приложенной нагрузки был проведен эксперимент, в котором выявлена разница работы между двумя панелями. Результаты эксперимента представлены в таблицах 1 и 2 и на рисунках 1, 2.

Таблица 1
Зависимость от мощности источника света

	Мощность источника света									
	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
Напряжение, мВ, панель №1	28	623	876	980	1040	1080	1110	1130	1140	1150
Напряжение, мВ, панель №2	3,29	187	475	523	545	560	568	575	577	561

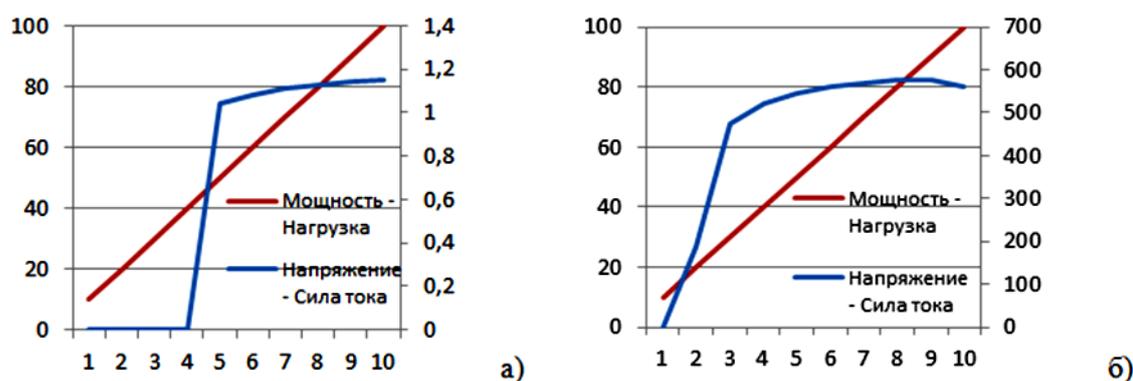


Рис 1. а) ВАХ (панель №1), б) ВАХ (панель №1)

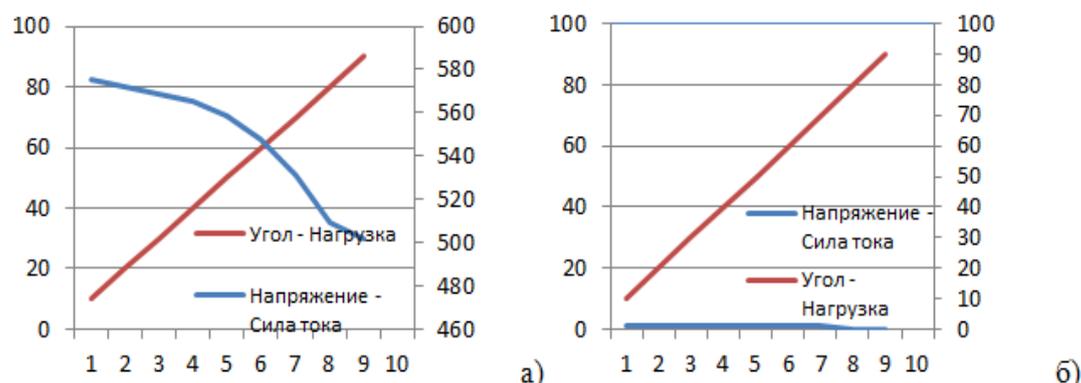


Рис 2. а) ВАХ (панель №1), б) ВАХ (панель №2)

Исходя из результатов эксперимента, можем заметить, что значение максимума вырабатываемой мощности меняется в зависимости от интенсивности источника света, т.е. сильно зависит от освещенности. Становится очевидным, что для получения максимальной мощности излучения солнца, появляется необходимость в согласовании солнечного фотоэлемента (модуля) с нагрузкой. Для этой цели применяют различные устройства согласования, такие как трекерные системы. В их числе МРРТ (Maximum Power Point Tracker) – трекер, отслеживающий точки максимальной мощности, т.е. устройство, служащее для обеспечения автоматического слежения за положением солнца на протяжении всего светового дня и ориентации, закрепленных на нём солнечной батареи, а так же обеспечивает коррекцию угла наклона панели в зависимости от времени года. Устройства МРРТ отслеживают данные параметры, тем самым обеспечивая максимальную эффективность фотоэлемента системы.

Помимо трекерных систем существуют и концентраторы – это оптические устройства, которые сосредотачивают солнечное излучение в фотоэлементе для получения максимальной мощности. Задача солнечного концентратора – сфокусировать солнечные лучи на емкости с теплоносителем, которым могут выступать, например, масло или вода, хорошо поглощающие солнечную энергию.

Таблица 2
Зависимость от угла положения

	Угол положения								
	10о	20о	30о	40о	50о	60о	70о	80о	90о
Напряжение, мВ Панель №1	1130	1120	1120	1110	1090	1060	1020	961	953
Напряжение, мВ Панель №2	575	572	569	565	559	548	531	509	502

СЭС-1МВт в п. Батагай Верхоянского улуса и СЭС-30кВт в п. Батамай Кобяйского улуса

Батамайская СЭС-30 кВт введена в эксплуатацию 26 июля 2012 года. В поселке Батамай наибольшее количество солнечных дней в году, приравненным по количеству Краснодарскому краю. Поэтому энергетики в качестве экспериментальной площадки выбрали именно этот населенный пункт. В состав электростанции входят 52 солнечные панели (мощность каждой панели – 195 Вт, напряжение 36,3 В), трехфазный сетевой инвертор (мощность 30 кВт, выходное напряжение 380 В), а также вспомогательное оборудование и материалы [2].

СЭС в п. Батагай Верхоянского улуса, является крупнейшей и единственной солнечной электростанцией в мире, расположенной за северным полярным кругом. Она введена в эксплуатацию 23 июня 2015 года. Электростанция функционирует синхронно с существующей дизельной электростанцией. Общая площадь составляет 4,2 Га [3]. Фотоэлектрический массив станции состоит из 11 рядов панелей. На площадке установлено 3360 мультикристаллических солнечных модулей китайской фирмы Suntech Power, мощностью по 300 Вт каждая. Постоянный ток, вырабатываемый солнечными панелями, преобразуют в переменный сорок инверторов мощностью по 25 кВт. Вырабатываемая электроэнергия от первой очереди станции позволяет ежегодно экономить до 300 тонн дизельного топлива, что эквивалентно 15 млн. рублям [4].

Реализация гибридной солнечной электростанции (ГСЭС)

Многие энергетики убеждены, что значительный экономический эффект получается от автономных гибридных электростанций (АГЭ), в своей структуре содержащих как возобновляемые, так и традиционные источники электроэнергии. Оптимальным вариантом АГЭ является система, содержащая несколько источников генерации электроэнергии, первый из которых являются возобновляемым (солнечная), а второй традиционным. Модель гибридной станции отлично подходит для климатических условий Арктики, так как в летний период можно получить максимальную солнечную энергию, а в зимний отопительный сезон применять дизельгенераторы [5]. Целесообразно анализировать арктический район, где можно осуществить данный проект. Для этого вполне может подойти Среднеколымский район, который входит в состав арктических зон на территории Республики Саха (Якутия). Средняя температура января в районе -38°C , а июля до $+28^{\circ}\text{C}$. Осадков выпадает в год от 150 мм до 300 мм [6].

Несмотря на то, что основа экономики улуса — сельское хозяйство (скотоводство, коневодство, оленеводство и звероводство), рыболовство и пушной промысел, в нём нет крупных производственных и перерабатывающих предприятий. Потребление энергии будет уходить на осуществление коммунально-бытовых нужд. Это жилые дома, больницы, магазины и маленькие хозяйственные предприятия, а также различные постройки.

Сезонные изменения спроса на электроэнергию для данного улуса будут связаны с продолжительностью светового дня. Начиная с августа продолжительность светового дня значительно уменьшается, а в зимний период, с 23 по 6 декабря на территории улуса господствуют полярные ночи. Всё это приводит к выводу, что необходимо большое количество электроэнергии для освещения и использования электроприборов. Также

основной проблемой является отсутствие налаженной логистики, что приносит большие неудобства для обеспечения населения дизельным топливом. Этот факт вдвойне обуславливает создание гибридной станции для данного района.

Солнечная активность

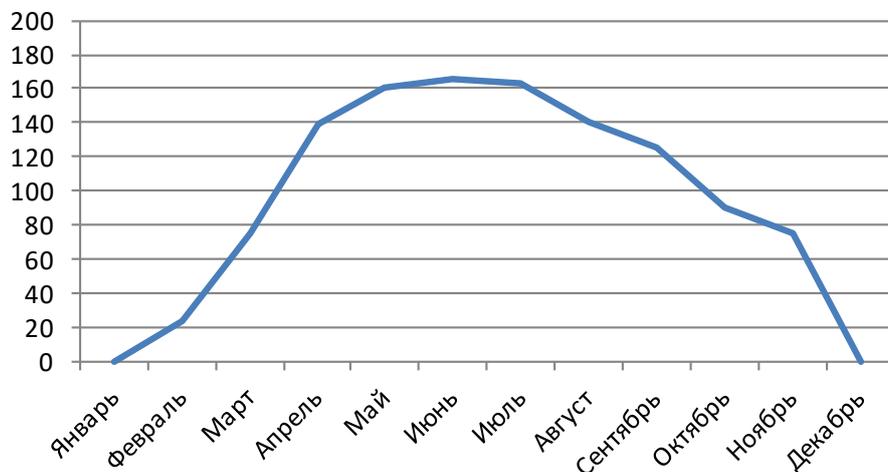


Рис 3. Суммарная радиация в год

Анализируя различные показатели и виды солнечных батарей были взяты следующие характеристики:

Таблица 3

Характеристики солнечного модуля

Номинальная мощность	280 Вт
Номинальное напряжение	24 В
Напряжение пиковой мощности	31,4 В
Ток пиковой мощности	8,81 А
Ток короткого замыкания	9,53 А
Напряжение холостого хода	38,7 В
Температура эксплуатации	-45 +85°C
Примерные габариты	1640x992x35 мм
Мощность	280 Вт
КПД	17%
Тип элементов	Монокристалл

Для определения фактической выработки электроэнергии фотомодулем используем данные характеристики и суммарную радиацию:

$$W_{\text{мод}} = S_{\text{м}} * Q * k * \eta$$

где Q – суммарная радиация в МДж/м²;

η – КПД солнечного модуля;

S – площадь модуля в м² (1626,88 м²);

k – коэффициент периода (0,5 для лета и 0,7 для зимы)

В январе суммарная радиация в данном районе примерно составит порядка 20 МДж/м², в июле – 600 МДж/м²:

$$1) W_{\text{мод}} = 1626,88 \cdot 20 \cdot 17 \cdot 0,7 = 0,38 \text{ МДж за январь};$$

$$2) W_{\text{мод}} = 1626,88 \cdot 600 \cdot 17 \cdot 0,5 = 8,3 \text{ МДж за июль}.$$

Таблица 4
Технические характеристики ДЭУ

Основные параметры	ДЭУ-100	ДЭУ-150	ДЭУ-200
Тип дизеля	ЯМЗ-238	ЯМЗ-238Д	ЯМЗ-7511
Тип генератора	БГ-100	БГ-200	БГ-200
Ток	Переменный, трехфазный, 400 В, 50 Гц		
Частота вращения об/мин	1500		
Час. расход топлива, не более кг/ч	25,5	37,5	47,5
Длина	2780	3160	3330
Ширина	1065	1065	1160
Высота	1680	1750 "td <td>1750</td>	1750
Масса сухой ДЭУ, кг	2200	2600	1850

Теперь необходимо подобрать подходящий дизельгенератор, который устанавливается на раме через амортизаторы. Крутящий момент коленчатого вала дизеля передается на ротор генератора посредством упругой резинопальцевой муфты или специальными дисками, которые обеспечивают соосность и регулируют крутильные колебания. Представлены следующие характеристик ДЭУ:

По данным ОАО «Сахаэнерго» на сегодняшний день в улусе число действующих дизельных электростанций составляет 10 штук:

- ДЭС г. Среднеколымск
- ДЭС с. Алеко-Кюель
- ДЭС с. Аргахта
- ДЭС с. Березовка
- ДЭС с. Ойусардах
- ДЭС с. Сватай
- ДЭС п. Суччино
- ДЭС с. Сылгы-Ытар
- ДЭС с. Хатынгнах
- ДЭС с. Эбях

Схема №1

Ориентировочная схема ГСЭС

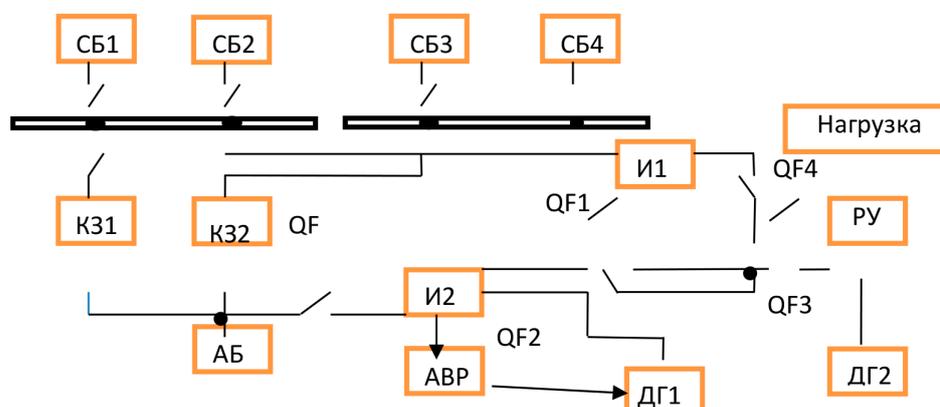


Схема №1 – Структурная схема АГЭ: СБ1, СБ2, СБ3, СБ4 – солнечные батареи; К31, К32 – контроллеры заряда АБ; АБ – аккумуляторные батареи; И1, И2 – инверторы; АВР – устройство автоматического включения резерва; ДГ1, ДГ2 – дизельгенераторы; РУ – распределительное устройство.

Для создания ГСЭС вполне перспективно использовать имеющиеся ДЭС, однако следует провести подробный энергоаудит для этой цели, так как некоторые из этих ДЭС функционируют с 50х годов.

Далее рассмотрим примерное соединение солнечных панелей с дизельгенераторами, инверторы будут преобразовывать полученную энергию в электрическую, а генераторы вырабатывать ее в дни и месяцы, когда солнечные панели не смогут давать необходимую мощность:

Что касается инверторов, то они выбираются с учетом напряжений панелей. Подойдет инвертор с мощностью от 10 кВт до 1 МВт с учетом их срока эксплуатации и качества.

Таким образом, можно прийти к выводу, что применение в Арктике альтернативной энергетики является очень актуальным проектом. Однако для его реализации и дальнейшего развития требуется вложение огромных средств и усилий. Так, ГСЭС является наиболее подходящим для природно-климатических особенностей Среднеколымского района.

Литература

1. Местников, А.Е. Тепловая защита зданий на севере: материалы, изделия, конструкции / А. Е. Местников, П. С. Абрамова. – М.: Изд-во АВС, 2009. – 5 – 10 с.
 2. Христофорова, Т.А. Мы внедряем новые энергоэффективные технологии / Т.А. Христофорова // Энергосбережение в Якутии. – 2017. – №6(12). – С. 10-11.
 3. Бессарабенко, Ю.В. Батагайская СЭС: Сила Солнца – холодной зиме / Ю.В. Бессарабенко // Вестник РусГидро. – 2015. – №7(7). – С. 7.
- Сирик, З.Г. Эффективная Энергетика/ З.Г. Сирик // Энергосбережение в Якутии. – 2017. – №6(12). – С. 32-33.
- Атрощенко В. А. Современное состояние и перспективы развития систем автономного электроснабжения/ В. А. Атрощенко, О. В. Григораш, В. В. Ланчу // Промышленная энергетика. – 1994. – No 5. – С. 33–36.
- https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%BD%D0%B5%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D1%8B%D0%BC%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%83%D0%BB%D1%83%D1%81

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ДИНАМИКИ БОЗЕ-КОНДЕНСАТА ЭКСИТОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ В УСЛОВИЯХ РЕЗОНАНСНОЙ НАКАЧКИ

Посаженков М.А., Воронова Н.С.

НИЯУМИФИ, кафедра Теоретической ядерной физики, Москва, Россия

E-mail: amaxar777@gmail.com, nsvoronova@mephi.ru

Экситонные поляритоны – составные квазичастицы, возникающие при резонансном взаимодействии фотонов в микрорезонаторе и экситонов в квантовой яме [1]. Будучи новыми собственными состояниями гамильтониана системы, поляритоны сочетают в себе свойства света и вещества. За счет фотонной компоненты, они обладают очень низкой эффективной массой ($\sim 10^{-4}m_e$, где m_e – масса свободного электрона), а за счет экситонной составляющей частицы взаимодействуют, что способствует их релаксации. Из-за указанных свойств, бозе-газы поляритонов являются привлекательными объектами для наблюдения и изучения коллективных явлений в твердом теле.

Представленная работа посвящена теоретическому исследованию пространственно-временной динамики бозе-конденсата экситонных поляритонов в полупроводниковой

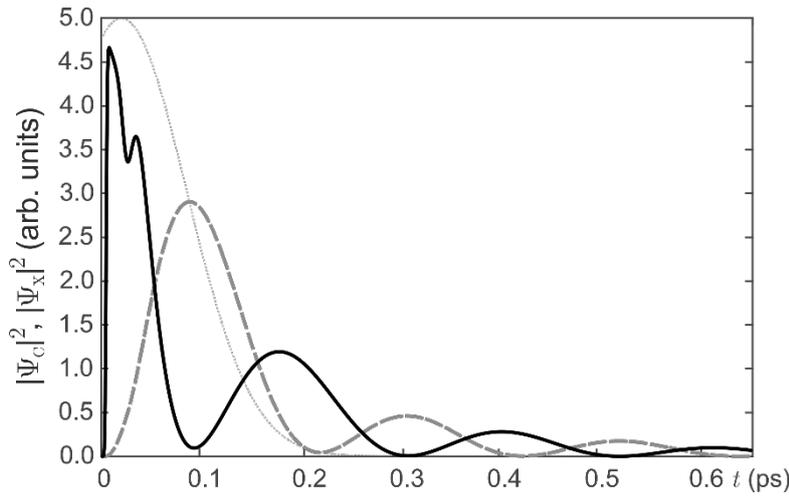


Рис. 1 Зависимость плотности фотонной $|\Psi_c(r)|^2$ (сплошная линия) и экситонной $|\Psi_x(r)|^2$ (пунктирная линия) компонент в точке $r = 0$ от времени. Серыми точками показан временной профиль резонансной накачки.

оптической микрополости в присутствии резонансной импульсной накачки с точки зрения двухкомпонентного подхода – т.е. когда система поляритонов описывается как две подсистемы частиц – фотонов и экситонов – претерпевающих постоянные взаимопревращения (т.н. Раби-осцилляции), причем накачка и утечка в системе происходят только за счет фотонной компоненты, а взаимодействие присутствует только в экситонной подсистеме конденсата.

Для описания экситон-поляритонного конденсата в двухкомпонентном подходе была в общем виде записана полная система связанных уравнений Гинзбурга-Ландау:

$$\begin{cases} \hbar \frac{\partial \Psi_c(r, t)}{\partial t} = \left(E_c - \frac{\hbar^2 \Delta_r}{2m_c} \right) \Psi_c(r, t) - 2i\Gamma \Psi_c(r, t) + \Omega \hbar \Psi_x(r, t) + i\hbar S_c(r, t) \\ i\hbar \frac{\partial \Psi_x(r, t)}{\partial t} = \left(E_x - \frac{\hbar^2 \Delta_r}{2m_x} \right) \Psi_x(r, t) + \Omega \hbar \Psi_c(r, t) + g |\Psi_x(r, t)|^2 \Psi_x(r, t), \end{cases}$$

где $\Psi_c(r, t)$ и $\Psi_x(r, t)$ – волновые функции фотонной и экситонной подсистем поляритонного конденсата, m_c и m_x – эффективные массы двумерных фотонов и экситонов, E_c и E_x задают уровни отсчета энергии для фотонного и экситонного законов дисперсии. Слагаемые со множителем $\Omega \hbar$ описывают взаимопревращение частиц одного типа в частицы другого типа (Ω – частота Раби). Утечка фотонов из полости отписывается линейным коэффициентом утечки Γ , а g – константа экситон-экситонного взаимодействия. Функция $S_c(r, t)$ описывает резонансную накачку фотонов в систему.

В качестве первого шага задача решалась с однородной в пространстве накачкой (аналогично работе [2]):

$$S_c(r, t) = F_0 \exp \left\{ -\frac{t^2}{2T^2} \right\},$$

где T – длительность импульса, F_0 – мощность накачки. Были получены Раби-осцилляции с постоянной разницей $\pi/2$ между фазами фотонной и экситонной компо-

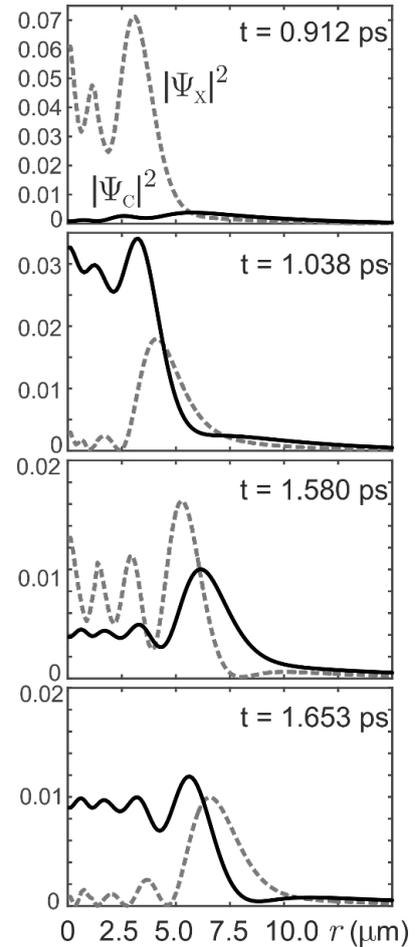


Рис. 2 Распространение двухкомпонентных волн в пространстве: сверху вниз показано четыре последовательных момента времени, отвечающие эволюции после истощения импульса накачки.

нент, что соответствует теории и результатам, полученным в [2]. После этого был рассмотрен локализованный в пространстве импульс

$$Sc(r, t) = F_0 \exp\{-r^2/2R^2\} \exp\{-t^2/2T^2\},$$

где R – радиус пятна накачки. Данная постановка задачи позволила исследовать распространение Раби-осциллирующих волн двух компонент в пространстве.

Результаты моделирования показаны на рис. 1 и 2, где были использованы следующие параметры:

$$E_C = E_X = 0, m_{ph} = 0.5 \cdot 10^{-4} m_e, \Omega \hbar = 10 \text{ мЕв}.$$

На рис. 1 показаны осцилляции плотностей в точке $r = 0$ с момента накачки в зависимости от времени. Хорошо видны затухающие Раби-осцилляции. Затухание является следствием как фотонной утечки, так и распространения фотонов и экситонов в пространстве. Видно также, что взаимопревращение вмешивается в процесс еще до окончания действия фотонной накачки, «центр» которой по времени приходится на момент более поздний, чем начало отсчета $t = 0$.

Как видно из Рис. 2, за счет существенной разницы в эффективной массе квазичастиц ($m_C \ll m_X$) фотоны распространяются с гораздо большей скоростью, однако из-за постоянных взаимопревращений фотонов в экситоны и обратно, экситонная волна также движется в пространстве, находясь в противофазе (по времени) с волной фотонной компоненты. При этом обе компоненты затухают за счет утечки фотонов из микрорезонатора.

Исследование поддержано грантом РФФИ № 18-32-20180 мол_а_дк.

Список литературы

1. A. Kavokin, J. J. Baumberg et al., *Microcavities*, Oxford University Press, Oxford (2007).
2. T.C.H. Liew, Y.G. Rubo, and A.V. Kavokin, *Phys. Rev. B* 90, 245309 (2014).

ИЗУЧЕНИЕ ПОПРАВОК НА СТРУКТУРУ ЯДРА К СВЕРХТОНКОМУ РАСЩЕПЛЕНИЮ

Просняк С.Д.

*Санкт-Петербургский ГУ, Санкт-Петербург, Россия;
НИЦ «Курчатовский институт» - ПИЯФ, Гатчина
E-mail: prosnyak.sergey@yandex.ru*

Сверхтонкая константа является одной из измеримых экспериментально с высокой точностью величин для многозарядных ионов, атомов и молекул. Для наиболее точного теоретического предсказания данной величины необходимо учитывать структуру ядра, а именно распределение заряда [4] и намагниченности [1] (т.е. отличие от модели точечного диполя). С точки зрения приложений, оказывается, что, комбинируя теоретические и экспериментальные данные по сверхтонкому расщеплению можно получать информацию о магнитных моментах короткоживущих изотопов.

В данной работе было произведено подробное изучения нескольких изотопов таллия. С одной стороны, для него уже были проведены достаточно точные расчёты [2,3,5], поэтому есть возможность сравнения, а с другой, применённые ранее техники расчёта не допускают прямого обобщения на случай молекул, а разработанный в данной работе подход может быть легко модифицирован для этой цели.

Расчёт матричных элементов сверхтонкой структуры выполнен при поддержке гранта Президента МК-2230.2018.2.

Литература

1. A. Bohr and V. Weisskopf, *Physical Review* 77, 94 (1950).

2. A.-M. Mårtensson-Pendrill, Physical review letters 74, 2184 (1995).
3. E. Konovalova, M. Kozlov, Y. A. Demidov, and A. Barzakh, arXiv preprint arXiv:1703.10048 (2017).
4. M. Crawford, Phys. Rev. 76, 1310 (1949).
5. V. Shabaev, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 27, 5825 (1994).

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЭФФЕКТОВ 1D – ДИССИПАТИВНОГО ТУННЕЛИРОВАНИЯ В ПРЕДЕЛАХ СЛАБОЙ И СИЛЬНОЙ ДИССИПАЦИИ

Кревчик В.Д., Семенов М.Б., Кревчик П.В., Сабурова Д.А., Журина А.Е.,
Семенов И.М.

Пензенский государственный университет, Пенза, Россия
E-mail: physics@pnzgu.ru

При изготовлении полупроводниковых туннельных диодов и ряда других устройств нанoeлектроники с управляемыми характеристиками важным оказывается учет влияния параметров диссипативного туннелирования на оптические и транспортные свойства исследуемых структур. Помимо напряженности внешнего электрического поля и температуры важным управляющим параметром оказалось число локальных фононных мод матрицы – термостата, в которой синтезируются квазиульмерные системы полупроводниковых квантовых точек [1, 2]. В настоящей работе проведено качественное сравнение полученных теоретических полевых зависимостей вероятности 1D – диссипативного туннелирования в модельном двухъямном осцилляторном потенциале с точностью до предэкспоненциального фактора в одноинстантонном квазиклассическом приближении при конечной температуре с учетом влияния двух локальных фононных мод матрицы-термостата с экспериментальными туннельными ВАХ для квазиульмерных систем полупроводниковых квантовых точек InAs/GaAs (см. рис. 1). Теоретически исследована температурная зависимость амплитуды отдельных пиков на соответствую-

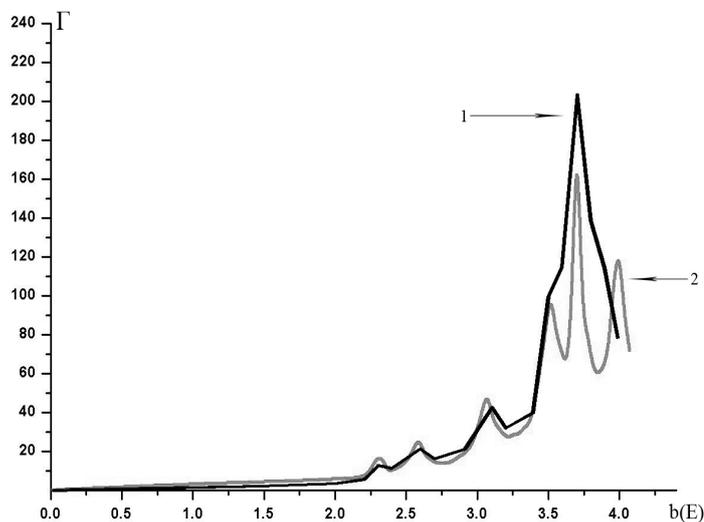


Рис. 1. Сравнение теоретической кривой полевой зависимости вероятности 1D – диссипативного туннелирования (кривая 2) с учетом влияния двух локальных фононных мод [1] с экспериментальными туннельными ВАХ для полупроводниковых квантовых точек InAs/GaAs (кривая 1).

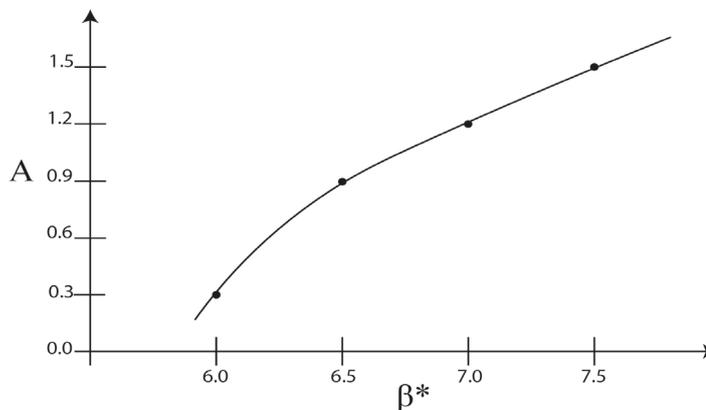


Рис. 2. Зависимость амплитуды A единичного пика теоретической полевой зависимости вероятности 1D – диссипативного туннелирования (см. Рис. 1) от обезразмеренного параметра обратной температуры $\beta^* = \hbar\omega/kT$.

ющих упомянутых полевых зависимостях. Показано, что эти амплитуды слабо нелинейно растут с уменьшением температуры (рис. 2). Проведен сравнительный анализ температурных эффектов 1D – диссипативного туннелирования в пределах сильной и слабой диссипации.

Таким образом, найдено, что помимо режимов резонансного туннелирования и эффекта кулоновской блокады на экспериментальных туннельных ВАХ для полупроводниковых КТ может реализоваться при определенных условиях и режим диссипативного туннелирования.

Литература

1. Кусмарцев Ф.В., Кревчик В.Д., Семенов М.Б. и др. Резонансное туннелирование с участием фононов и его фононный контроль// Письма в ЖЭТФ, 2016, том 104, вып.6, с.406–412.

2. Леггет Э.Дж., Кревчик В.Д., Семенов М.Б., Жуковский В.Ч. и др. Управляемое диссипативное туннелирование. Туннельный транспорт в низкоразмерных системах. М.: Физматлит. 2011-2012.

ГОЛОГРАФИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЭНТРОПИИ КВАНТОВОЙ ЗАЦЕПЛЕННОСТИ И ПЕТЕЛЬ ВИЛЬСОНА В АНИЗОТРОПНОЙ МЕТРИКЕ С ПЕРЕХОДОМ КОНФАЙНМЕНТ/ДЕКОНФАЙНМЕНТ

Слепов П.С.

МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

E-mail: slepov@mi-ras.ru

Исследование кварк-глюонной плазмы (КГП) является одной из центральных задач физики высоких энергий. В последнее время активно развивается так называемый голографический подход к описанию КГП [1], который основан на идее дуальности 5-мерного деформированного пространства AdS и квазиконформной калибровочной теории в 4-мерном пространстве Минковского. Вычисления на решетке показывают, что калибровочные теории при достаточно высокой температуре становятся квазиконформными.

В данной работе продемонстрированы вычисления энтропии квантовой зацепленности и времениподобной петли Вильсона [3,4]. Рассматривается 5-мерное деформированное пространство AdS с метрикой [5]:

$$ds^2 = \frac{b(z)}{z^2} \left[-g(z)dt^2 + dx^2 + z^{2-\frac{2}{V}}(dy_1^2 + dy_2^2) + \frac{dz^2}{g(z)} \right],$$

где $b(z) = e^{\frac{cz^2}{2}}$ – фактор деформации, V – показатель анизотропии, $g(z)$ – “функция почернения”, которая зависит от температуры T и химического потенциала μ .

Времениподобная петля Вильсона может иметь разную ориентацию относительно линии столкновения тяжелых ионов и параметризуется следующим образом:

$$X^0 \equiv t, \quad X^1 \equiv x = \xi \cos(\vartheta), \quad X^2 \equiv y_1 = \xi \sin(\vartheta), \quad X^3 \equiv y_2 = const, \quad X^4 \equiv z = z(\xi).$$

С учетом параметризации вычисляется индуцированная метрика $h_{\alpha\beta} = G_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu$, и записывается действие Намбу-Гото для струны в присутствии дилатона:

$$S = \frac{\tau}{2\pi\alpha'} \int d\xi M(z(\xi)) \sqrt{F(z(\xi), \mathcal{G}, \nu) + z'(\xi)^2},$$

где

$$M(z(\xi)) = \frac{b(z(\xi)) e^{\sqrt{\frac{2}{3}} \phi(z(\xi))}}{z(\xi)^2}, \quad F(z(\xi), \mathcal{G}, \nu) = g(z(\xi)) \cdot (\cos^2(\mathcal{G}) + z(\xi)^{2-\frac{2}{\nu}} \sin^2(\mathcal{G})), \quad \tau = \int dt.$$

Тогда первый интеграл движения выглядит следующим образом:

$$\frac{M(z(\xi)) F(z(\xi), \mathcal{G}, \nu)}{\sqrt{F(z(\xi), \mathcal{G}, \nu) + z'(\xi)^2}} = C,$$

где C – константа, а эффективный потенциал примет вид:

$$V(z(\xi), \mathcal{G}, \nu) = M(z(\xi)) \sqrt{F(z(\xi), \mathcal{G}, \nu)}.$$

Уравнение $V'(z) = 0$ определяет положение динамической стенки [2,3,5].

Исчезновение/появление динамической стенки происходит при определенных значениях температуры и химического потенциала и определяет положение фазового перехода деконфайнмент/конфайнмент. Мы наблюдаем зависимость этого фазового перехода от ориентации петли Вильсона, что соответствует зависимости от расположения кварк-антикварковой пары. Линия фазового перехода Хокинга-Пейджа фоновой метрики совпадает с линией перехода конфайнмент/деконфайнмент при $\mathcal{G}_{cr} = 54^\circ$. При $\mathcal{G}_{cr} = 22^\circ$ и $\mathcal{G}_{cr} = 78^\circ$ линия, соответствующая переходу Хокинга-Пейджа, касается в своей конечной точке линии, определяемой петлей Вильсона, снизу и сверху соответственно. Таким образом, в зависимости от ориентации петли Вильсона на диаграмме (T, μ) появляется фазовый переход 1-го рода.

Энтропия квантовой зацепленности с голографической точки зрения имеет сходный с петлей Вильсона метод вычисления. В нашем случае энтропия зацепленности определяется минимальной трехмерной поверхностью, граница которой соответствует границе исследуемой подсистемы. Подсистема выделена из области столкновения тяжелых ионов. Энтропия зацепленности зависит от геометрии подсистемы, и последняя выбирается в более простом для вычислений виде – форме параллелепипеда. В результате, рассматриваются трехмерные поверхности, соответствующие по-разному ориентированным подсистемам (случаи xYY и uXY):

$$S_{xYY} = \int d\xi M_{xYY}(z(\xi)) \sqrt{F_{xYY}(z(\xi)) + z'(\xi)^2}, \text{ где}$$

$$F_{xYY}(z(\xi)) = g(z(\xi)), \quad M_{xYY}(z(\xi)) = \frac{b(z(\xi))^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\sqrt{\frac{3}{2}} \phi(z(\xi))}}{(z(\xi))^{1+2/\nu} \sqrt{g(z(\xi))}},$$

$$S_{yXY} = \int d\xi M_{yXY}(z(\xi)) \sqrt{F_{yXY}(z(\xi)) + z'(\xi)^2},$$

$$\text{где } F_{yXY}(z(\xi)) = g(z(\xi)) \cdot z^{2-2/\nu}, \quad M_{yXY}(z(\xi)) = \frac{b(z(\xi))^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\sqrt{\frac{3}{2}} \phi(z(\xi))}}{(z(\xi))^{2+1/\nu} \sqrt{g(z(\xi))}}.$$

Изучается поведение энтропии зацепленности и ее плотности в зависимости от температуры, показателя анизотропии и химического потенциала для различных случаев ориентации рассматриваемой подсистемы. Оказывается, что выражение для энтропии зацепленности в случае xYY при показателе анизотропии > 1.67 не требует перенормировки в то время, как в случае uXY при любом показателе анизотропии требуется перенормировка.

Работа отражает результаты, полученные в рамках проектов по грантам «Базис» №18-1-1-80-4 (петли Вильсона) и РФФИ №18-02-40069 мега (энтропия зацепленности).

Литература

1. И.Я.Арефьева, “Голографическое описание кварк-глюонной плазмы, образующейся при столкновениях тяжелых ионов”, УФН, 184:6 (2014)
2. I. Ya. Aref'eva, “Holography for Heavy Ions Collisions at LHC and NICA”, EPJ Web Conf. 164, 01014 (2017), arXiv:1612.08928
3. I. Aref'eva, K. Rannu and P. Slepov, Orientation Dependence of Confinement-Deconfinement Phase Transition in Anisotropic Media (2018), arXiv:1808.05596
4. I. Aref'eva, A. Patrushev and P. Slepov, in preparation
5. Irina Aref'eva and Kristina Rannu, Holographic Anisotropic Background with Confinement-Deconfinement Phase Transition, JHEP 05, 206 (2018), arXiv:1802.05652

ГИДРОДИНАМИКА ХОЛОДНОЙ СВЕРХТЕКУЧЕЙ ЭКСИТОННОЙ ЖИДКОСТИ

Субботин С.А., Воронова Н.С., Лозовик Ю.Е.

НИЯУ МИФИ, Институт лазерных и плазменных технологий, Москва,

Россия

E-mail: stisis97@gmail.com

Экситон – это метастабильное связанное состояние возбужденного электрона и дырки [3], образующееся при возбуждении фотоном электрона из валентной зоны полупроводника в зону проводимости за счет кулоновского притяжения электрона с положительно заряженной дыркой, возникшей из-за этого перехода. Таким образом, экситон представляет собой электронейтральный композитный бозон. В эксперименте [2] система экситонов находится в ловушке, образованной лазером накачки с кольцевым профилем (рис. 1а). Кольцо экситонов сужается (рис. 1б, с), причем по мере движения к центру экситонная жидкость остывает до температур меньше 1 К и релаксирует в наименее энергетические состояния, что приводит к предполагаемому образованию бозе-конденсата.

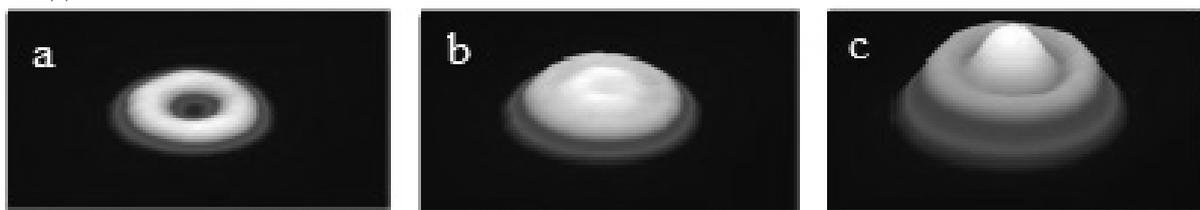


Рис. 1. Графики интенсивности фотолуминесценции экситонов [2]. (а) система накачивается лазерным импульсом кругового профиля, (б) с течением времени за счет отталкивательного взаимодействия экситоны текут к центру, (с) в центральной области наблюдается люминесценция преимущественно в нормальном направлении, что свидетельствует об образовании бозе-конденсата

Для описания динамики и спектра возбуждений образовавшейся системы применяется гидродинамическая модель [4], основанная на вариации функционала свободной энергии по возмущениям плотности и скорости жидкости над их равновесными значениями. Свободная энергия при наличии утечки имеет вид:

$$\mathcal{F} = \int \psi^*(r) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{1}{2} \int U(r-r') |\psi(r')|^2 dr' - \mu \right) \psi(r) dr + \frac{i\hbar}{4} \int \frac{1}{\tau(r)} \left(\frac{\psi_0^*(r)}{\psi_0(r)} \psi(r) \psi(r) - c.c. \right) dr, \quad (1)$$

где $\psi(r) = \sqrt{\rho(r)} e^{i\phi(r)}$ – волновая функция системы, $\psi_0(r)$ – параметр порядка бозе-конденсата, $\tau(r)$ – локальное время жизни частиц, $U(r)$ – парный потенциал

взаимодействия непрямых экситонов. В результате вариации свободной энергии (1) была получена система интегрально-дифференциальных уравнений для стационарных профилей плотности и скорости сверхтекучей жидкости с учетом круговой геометрии задачи, а также квадратичный по возмущениям гамильтониан системы. Уравнения на стационарный профиль плотности и скорости имеют вид:

$$\begin{cases} \nabla(\rho_0(r)\mathbf{v}(r)) - \frac{\rho_0(r)}{r(r)} - \rho_0(r)\mathbf{v}(r)\delta(s(r))\nabla s(r) = 0, \\ \frac{m}{2}\mathbf{v}^2(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{(\nabla\rho_0(r))^2}{4\rho_0^2(r)} - \frac{\nabla^2\rho_0(r)}{2\rho_0(r)} + \frac{\nabla\rho_0(r)}{2\rho_0(r)}\delta(s(r))\nabla s(r) \right) - \int U(r-r')\rho_0(r')dr' + \mu = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $\rho_0(r)$ – равновесная сверхтекучая плотность, $\mathbf{v} = \frac{\hbar}{m}\nabla\phi_0$ – скорость течения конденсата, $s(r)$ – уравнение границы рассматриваемой двумерной области.

Из системы уравнений (2) нетрудно получить интегрально-дифференциальное уравнение на плотность частиц в изучаемой области, которое поддается приближенному численному решению [1], заключающемуся в пренебрежении интегральными членами в нулевом приближении и последующему моделированию полного уравнения методом итераций. Скорость вычисляется из первого уравнения системы (2). Надо заметить, что численное решение задачи рассматривалось в квази-одномерном случае, когда накачка происходит в полосу, и поток частиц движется справа налево (см. Рис. 2).

В результате проведенных вычислений были получены стационарные профили равновесной плотности и скорости частиц (см. рис.3 а и б, соответственно), которые качественно совпадают с экспериментальными данными, полученными для круговой геометрии [2]. Таким образом, полученная в гидродинамическом приближении система уравнений на стационарные профили плотности и скорости газа экситонов верно описывает экспериментально наблюдаемое поведение системы.

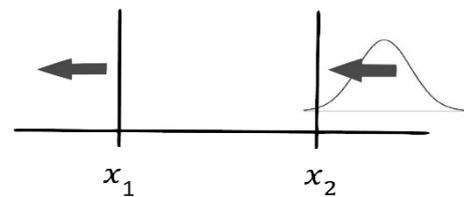


Рис.2. Схематическое изображение потока частиц через исследуемую область.

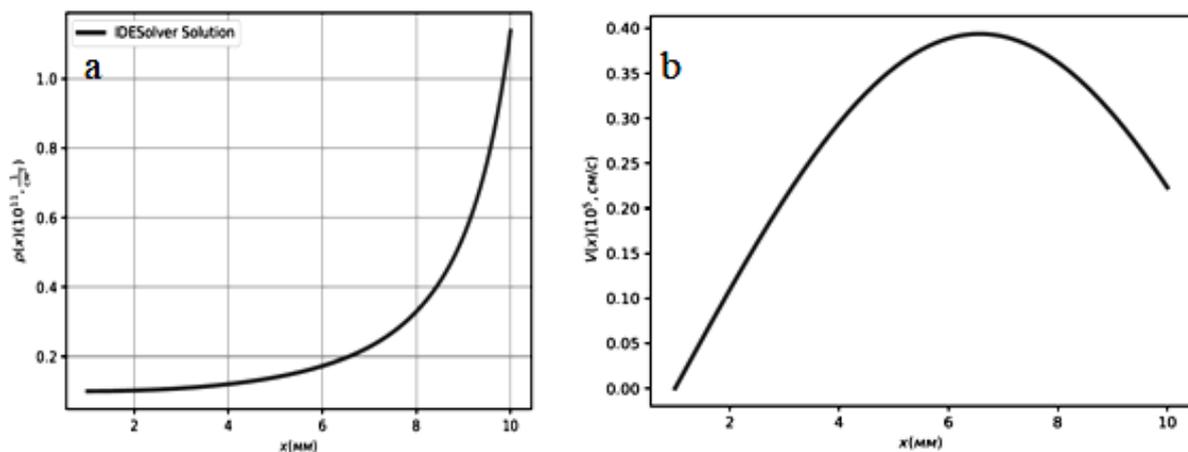


Рис. 3. Графики зависимости стационарной плотности (а) и скорости (б) от расстояния. В данном случае, $x_1 = 1$ мм, $x_2 = 10$ мм, скорость утечки частиц на зависит от координаты и равна $\tau = 42$ нс, эффективная масса непрямых экситонов $m = 0.22 m_e$ (данные из эксперимента [2]).

Из графиков, представленных на Рис. 3, видно, что при первоначальном резком снижении плотности частиц скорость растет, что соответствует закону Бернулли для

бездиссипативного течения. Затем частицы постепенно уходят из системы, теряется количество движения и, соответственно, скорость начинает падать. Важно подчеркнуть, что несмотря на радиационный распад частиц, из-за того, что накачка и утечка пространственно разделены, в системе наблюдается бездиссипативное течение, то есть сверхтекучесть. Это крайне примечательный результат, так как в условиях, когда накачка и утечка не разделены в пространстве, при наличии радиационного распада бозе-конденсации и сверхтекучести нет.

Исследование поддержано грантом РФФИ № 18-32-20180 мол_а_дк.

Список литературы

1. С.А. Gelmi, Н. Jorquera, Computer Physics Communications 185, 392 (2014).
2. А.Т. Hammack, М. Griswold, L.V. Butov et al., Phys. Rev. Lett. 96, 227402 (2006).
3. R.S. Knox, Theory of excitons. New York: Academic (1963).
4. Wen-Chin Wu and A. Griffin, Phys. Rev. A 54, 4204 (1996).

ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ УРАВНЕНИЯ ВЛАСОВА

Сучков Д.А.

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия
E-mail: suchkov.denis@physics.msu.ru

Работа посвящена изучению свойств уравнения Власова, а также исследованию границ его применимости при описании физических задач. В работе показано, что известное уравнение Власова, широко используемое в научной литературе, является лишь приближением, полученным из оригинальной цепочки уравнений Власова [1] путем введения допущений [2]. Рассмотрено обобщенное уравнение Власова [3], полученное из первых принципов без введения каких-либо приближений, которое исследовалось в данной работе.

В работе рассмотрены различные виды диссипативных систем: классический и релятивистский гармонический осциллятор с наличием и отсутствием диссипативных сил. Также рассмотрена система частиц, взаимодействующих посредством гравитационных сил в релятивистском и классическом случае. Эволюция систем описывалась уравнением Власова методом частиц. Было показано, что при наличии диссипаций в системе, а также в случае релятивистского движения классическое уравнение Власова становится неприменимым для описания, в то время как предложенное обобщенное уравнение Власова применимо. В заключение работы приводится обсуждение полученных результатов.

Литература

1. Vlasov A.A., Many-Particle Theory and Its Application to Plasma, New York, Gordon and Breach, 1961, ISBN 0-677-20330-6; ISBN 978-0-677-20330-0
2. Perepelkin E. E., Sadovnikov B. I., Inozemtseva N. G. The new modified Vlasov equation for the systems with dissipative processes // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. — 2017. — Vol. 2017, no. 053207. — P. 1–22.
3. Perepelkin E. E., Sadovnikov B. I., Inozemtseva N. G. The properties of the first equation of the Vlasov chain of equations // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. — 2015. — no. P05019.

НОВЫЙ КЛАСС ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА

Тарелкин А.А.

МГУ имени М.В.Ломоносова, ^[1]физический факультет, Москва, Россия

E-mail: tarelkin.aleksandr@physics.msu.ru

В данной работе, предлагается новый метод поиска точных решений уравнения Шрёдингера.

Как известно, уравнение Шрёдингера может быть сведено к уравнению непрерывности [1]. Используя преобразование Лежандра, удалось линеаризовать уравнение непрерывности. Найдены частные решения полученного линейного уравнения и для них реализовано обратное преобразование Лежандра с последующим построением решений уравнения Шрёдингера. Рассмотрены примеры классических и квантовых систем.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-29-10014 мк, гранта фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

Литература

1. Perepelkin E.E., Sadovnikov B.I., Inozemtseva N.G., The properties of the first equation of the Vlasov chain of equations, J. Stat. Mech. (2015) P05019
2. Perepelkin E.E., Sadovnikov B.I., Inozemtseva N.G., Tarelkin A.A., A new class of exact solutions of the Schrödinger equation. Continuum Mech. Thermodyn. (2018)

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОННОЙ СТРУКТУРЫ ГРАФЕНОВОЙ НАНОЛЕНТЫ С ПЕРЕХОДНЫМИ МЕТАЛЛАМИ В ПРИБЛИЖЕНИИ ИЗОЛИРОВАННОЙ МОЛЕКУЛЫ В ПАКЕТЕ МОРАК

Чернова М.А.

Волгоградский ГУ, Институт математики и информационных технологий, Волгоград, Россия

E-mail: masha-chernova-96@mail.ru

Двумерные (2D) материалы на основе графена [3] привлекают к себе все большее внимание исследователей из-за их сверхтонкой структуры и необычных свойств [4]. Особое место среди них занимают графеновые наноленты, которые могут использоваться при создании магнитных полупроводниковых устройств. Например, они могут служить переносчиками спина [5] или могут быть использованы в качестве спинового затвора [6,7]. Однако приготовление устройств с сохранением магнитных полупроводниковых свойств требует низких значений температуры Кюри.

Цель данной работы:

Квантово-химический расчет модели графеновой наноленты с размещением различных атомов переходных металлов на поверхности наноленты на равном удалении от ее краев.

Оценка энергии адсорбции атома переходного металла с графеновым слоем в случае четного и нечетного числа электронов в атоме металла.

Таблица 1. Электронно-энергетические характеристики атомов переходных металлов, Me. Заряд на атоме металла, q_{Me} ; число α и β электронов, n_α , n_β ; полная энергия, E_0 ; энергия верхней занятой молекулярной орбитали, $E_{ВЗМО}$; энергия нижней вакантной орбитали, $E_{НВМО}$; энергия расщепления, $\Delta E = E_{НВМО} - E_{ВЗМО}$; потенциал ионизации, ПИ.

Me	q_{Me}	n_α	n_β	E_0 , эВ	$E_{ВЗМО}$, эВ	$E_{НВМО}$, эВ	ΔE , эВ	ПИ, эВ
M=1 (четное число электронов)								
Ti	0	2	2	-76.09912	-9.173	-2.908	6.265	9.1725
Cr	0	3	3	-260.39534	-6.674	2.732	9.406	6.6739
Fe	0	4	4	-390.66498	-7.724	-0.872	6.852	7.7239
Ni	0	5	5	-373.23922	-6.037	-3.048	2.989	6.0369
M=2 (нечетное число электронов)								
Sc	0	2	1	-37.25729	-5.230	0.410	5.640	5.2299
V	0	3	2	-119.28543	-6.767	0.943	7.710	6.7669
Mn	0	4	3	-226.51898	-12.281	-5.800	6.481	12.281
Co	0	5	4	-397.41855	-8.462	-4.183	4.279	8.4622

Таблица 2. Электронно-энергетические характеристики графеновой наноленты (5x5) с адсорбированным атомом переходного металла, Me. Заряд на атоме металла, q_{Me} ; положение атома металла относительно углеродов элементарной ячейки, П; расстояние от металла до поверхности графеновой наноленты, $R_{Me-ГНЛ}$; полная энергия, E_0 ; энергия верхней занятой молекулярной орбитали, $E_{ВЗМО}$; энергия нижней вакантной орбитали, $E_{НВМО}$; энергия расщепления, $\Delta E = E_{НВМО} - E_{ВЗМО}$; энергия адсорбции, $E_{адс}$.

Me	q_{Me}	П*	$R_{Me-ГНЛ}$	E_0 , эВ	$E_{ВЗМО}$, эВ	$E_{НВМО}$, эВ	ΔE , эВ	$E_{адс}$, эВ
M=1 (четное число электронов)								
-	-		-	-13917.66	-5.453	-4.383	1.070	-
Ti	-0.462	Ц	1.81	-13996.14	-5.739	-4.161	1.578	-2.38
Cr	0.516	Ц	1.68	-14183.07	-6.265	-3.587	2.678	-5.02
Fe	0.396	2У	1.95	-14311.46	-5.427	-4.324	1.103	-3.14
Ni	-0.529	Ц	1.58	-14293.72	-5.584	-4.276	1.308	-2.82
M=2 (нечетное число электронов)								
Sc	0.691	1У	2.40	-13961.72	-6.129	-1.755	4.374	-6.80
V	0.297	Ц	1.88	-14042.83	-6.348	-2.771	3.577	-5.88
Mn	-1.000	Ц	4.22	-14148.74	-7.290	-3.744	3.546	-4.56
Co	-0.191	1У	1.96	-14319.32	-7.516	-2.107	5.409	-4.24

* Ц – «центр», атом переходного металла находится на равном удалении от всех шести атомов углерода; 2У – атом переходного металла находится в окрестности двух атомов углерода; 1У – атом переходного металла находится напротив одного атома углерода.

В работе рассматривалась модель графеновой наноленты типа «зигзаг» размером 5x5 ячеек. Атомы переходных металлов с четным (Cr, Fe, Ni, Ti) и нечетным (Co, Mn, Sc, V) числом электронов размещались на поверхности графенового слоя в центре наноленты. Кантово-химическим полуэмпирическим методом PM7[2] было получено геометрическое и электронное строение модели графеновой наноленты в приближении изолированной молекулы в газовой фазе.

На основе расчетов представленных в таблицах можно сделать вывод, что все рассмотренные атомы переходных металлов образуют прочную связь с графеновой нано-

лентой. Разность энергий нижней вакантной и верхней занятой орбиталей коррелирует с энергией адсорбции. Системы, включающие атомы Ti, Fe, Ni характеризуются низкими значениями $E_{\text{адс}}$ и ΔE , то есть присоединение этих атомов слабо влияет на свойства нижней вакантной и верхней занятой молекулярных орбиталей графеновой наноленты. Исследуемые энергетические характеристики варьируются в значительной степени от числа электронов в рассматриваемых металлах, что позволяет сделать вывод о широком разнообразии свойств систем на основе графеновых нанолент с данными атомами переходных металлов.

Литература

1. Лебедев, Н.Г. Методы квантовой химии для исследования электронного строения молекул и кристаллов. Учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 1. Метод Хартри-Фока / Н.Г.Лебедев. - Волгоград: Издательство ВолГУ, 2010. - 116 с.
2. Лебедев, Н.Г. Методы квантовой химии для исследования электронного строения молекул и кристаллов. Учеб. пособие. В 3 ч. Ч. 3. Теория функционала плотности / Н.Г.Лебедев. - Волгоград: Издательство ВолГУ, 2010. - 88 с.
3. Allen, V. C. Tung, R. B. Kaner, Honeycomb carbon: A review of graphene. *Chem. Rev.* 2010. p.132-145.
4. Geim, K. S. Novoselov: The rise of graphene. *Nat. Mater.* 2007. p.183-191.
5. Kim, Y. C. Choi, S. K. Min, Y. Cho, K. S. Kim, Application of quantum chemistry to nanotechnology: electron and spin transport in molecular devices. *Chem. Soc. Rev.* 2009. p.2319-2333.
6. Kim, K. S. Kim, Prediction of very large values of magnetoresistance in a graphene nanoribbon device. *Nat. Nanotechnol.* 2008. p.408-412.
7. Zeng, L. Shen, Y. Q. Cai, Z. D. Sha, Y. P. Feng, Perfect spin-filter and spin-valve in carbon atomic chains. *Appl. Phys. Lett.* 2010.

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Законы сохранения и устойчивость в расширенной теории Черна–Саймонса с высшими производными	670
Абакумова В.А.	
Процесс инклюзивного рождения $Y(3S)$ на коллайдере LHC в рамках kt -факторизационного подхода КХД	671
Абдулов Н.А., Липатов А.В.	
Модель Генезиса в теории Хорндески	672
Агеева Ю.А., Евсеев О.А., Меличев О.И., Рубаков В.А.	
Σ model in 16-Spinor Nonlinear Field Model	673
Albaidhani Ahmed.K	
Бистабильность в квантовом нелинейном осциляторе	674
Аникин Е.В.	
Поведение уровней атомарного H над плоскостью при граничном условии "невыветания"	674
Артюкова С.А.	
Ограничение на диффузионный поток нейтрино сверхвысоких энергий в теории с учетом эффектов от дополнительных измерений	677
Асташенков М.О.	
Особенности разделения фаз в спин-псевдоспиновой модели	678
Бенсегиер Х.	
Получение новых вращающихся решений в скалярно-тензорной теории гравитации с минимальной связью	679
Богущ И.А.	
Изучение влияния высокой барионной плотности на спектроскопию мезонов в рамках решеточного моделирования	680
Васильев А. В.	
Космологический отскок в теории Хорндески	681
Волкова В.Е.	
Точное решение уравнений конформной нелинейной электродинамики вакуума и уравнений Эйнштейна с космологическим членом в статическом сферически симметричном случае	681
Гармаев Б.Д.	
Математическая модель излучения гравитационных волн электродинамическими системами	683
Гичунц Р.М., Маркова К.Ю.	
Сигнал солид-эха при различных константах диполь-дипольного взаимодействия в системе трёх спинов	685
Голубева И.Ю.	
Класс NSVZ схем в суперсимметричных калибровочных теориях	686
Горячук И.О.	
Определение локальной концентрации атмосферных ионов про помощи электрометра	688
Готовцев В.О.	
Магнитостатическая поляризация вакуума в планарной сверхкритической квантовой системе	689
Грашин П. А	
Исследование основного состояния экситона с анизотропной массой	690
Грудинина А.М., Воронова Н.С., Лозовик Ю.Е.	
Длины Маркштейна для встречных пламен в метано-воздушных смесях	692
Гуляев И. А.	
CP нарушение и кварк-лептонная комплементарность в экспоненциальной и стандартной формах матрицы смешивания	693
Давыдова А. А.	
Связанные состояния конденсата Бозе-Эйнштейна с угловым моментом.	694
Дмитриев А.С.	
Радиационные распады адронов в релятивистской Кварковой модели	694
Ермаков А.В.	
Трудности экспериментального обнаружения нарушений неравенств Вигнера на частично сепарированных состояниях пар нейтральных каонов	695
Ефимова А.Ю.	

Конвективная диффузия частиц из погружающейся капли коллоида	697
Игропуло Л.В.	
Фотонные и поперечные улавливающие поверхности в стационарных пространствах.	699
Кобялко К.В.	
Применение дифференциальных уравнений Фаддеева для исследования малочастичных систем	700
Коробицин А.А.	
Зеркальное магнитное поле и оказываемое им влияние на профили плотности темной материи в галактиках	701
Крюкова Е.А.	
Двухпетлевой вклад в тройную духово-калибровочную вершину в $N = 1$ суперсимметричных теориях Янга-Миллса	702
Кузьмичев М.Д.	
Массивные поля со спином на фоне невакуумных плосковолновых метрик.....	704
Кулицкий А.В.	
Термодинамика двухуровневой системы.....	706
Лукманов А.Р.	
Дефекты в двумерных решеточных моделях	706
Лукомская М.В.	
Бозе-конденсация фотонов в резонаторе с двумерным электронным газом	707
Максимов Т.В., Курбаков И.Л., Лозовик Ю.Е.	
Хаотические солитоны в скалярной теории поля	709
Маслов В.Е.	
Цветные полиномы Александера и иерархия КП	711
Мишняков В.В.	
Особенности спектров двойной фотоионизации двухэлектронных примесных центров в квазинульмерных структурах	711
Кревчик В.Д., Будянский П.С., Мойко И.М.	
Об условиях возникновения периодических структур в конденсированных средах под облучением	712
Морозов В.М.	
Анализ фазовых свойств упорядоченных магнитных потоков в четырехмерной калибровочной XY-модели	713
Мостовой С.Д.	
Поведение когерентных вихрей в трехмерной жидкости	715
Вергелес С.С., Огородников Л.Л.	
Применение низкотемпературного осветительного прибора в условиях Арктики	717
Попова Я.П.	
Проект гибридной солнечной электростанции в условиях якутской Арктики	719
Попова Я.С.	
Исследование пространственно-временной динамики бозе-конденсата экситонных поляритонов в условиях резонансной накачки	724
Посаженок М.А., Воронова Н.С.	
Изучение поправок на структуру ядра к сверхтонкому расщеплению	726
Просняк С.Д.	
Сравнительный анализ температурных эффектов 1D – диссипативного туннелирования в пределах слабой и сильной диссипации.....	727
Кревчик В.Д., Семенов М.Б., Кревчик П.В., Сабурова Д.А., Журина А.Е., Семенов И.М.	
Голографическое изучение энтропии квантовой зацепленности и петель Вильсона в анизотропной метрике с переходом конфайнмент/деконфайнмент	728
Слепов П.С.	
Гидродинамика холодной сверхтекучей экситонной жидкости.....	730
Субботин С.А., Воронова Н.С., Лозовик Ю.Е.	
Изучение свойств уравнения Власова.....	732
Сучков Д.А.	
Новый класс точных решений уравнения Шрёдингера.....	733
Тарелкин А.А.	
Расчет электронной структуры графеновой наноленты C переходными металлами в приближении изолированной молекулы в пакете Морак	733
Чернова М.А.	